

# Anatomía de una crisis eléctrica \*

Carlos Díaz<sup>†</sup>

Alexander Galetovic<sup>‡</sup>

Raimundo Soto<sup>§</sup>

Noviembre 1999

## Resumen

Este trabajo estudia formalmente si la ley eléctrica contenía precios suficientes para administrar sin cortes y eficientemente caídas drásticas de la cantidad ofrecida de energía y daba los incentivos correctos para invertir en capacidad de reserva. También analizamos en detalle las consecuencias de limitar las compensaciones a usuarios regulados. Concluimos que el sistema de precios vigente en Chile es intrínsecamente rígido para acomodar grandes shocks de oferta o demanda porque el costo de falla no es un precio contingente. No es razonable suponer que el regulador pueda replicar ex ante los precios que arrojaría un mercado contingente porque los requerimientos de información para hacerlo son formidables.

Adicionalmente, obtenemos los siguientes resultados: (a) en años secos el precio de la energía debe ser mayor que los costos de operación y capital de las centrales térmicas de reserva; (b) la ley entregaba incentivos que hubieran moderado las consecuencias de la restricción de oferta, los que fueron anulados por la limitación de las compensaciones a usuarios regulados (art. 99° bis); (c) los errores de cálculo del precio de nudo cometidos por ignorar sequías extremas no afectan a los generadores hidráulicos sino a quienes vendan a precio de nudo independientemente de su mix hidráulico-térmico; (d) limitar las compensaciones a usuarios regulados en condiciones de sequía extrema era innecesario e inefectivo para cautelar el equilibrio financiero de las empresas; (e) la limitación de las compensaciones desarmó el sistema de precios sin beneficios de eficiencia económica; (f) si se limitan las compensaciones a usuarios regulados es eficiente que las transacciones entre generadores se valoricen a costo de falla, medido éste como la valoración promedio de los usuarios regulados racionados.

---

\* Este trabajo fue financiado por Gener S.A. Sin embargo, las opiniones que en él se expresan son de exclusiva responsabilidad de sus autores. Agradecemos los comentarios de Felipe Cerón, Ronald Fischer, Humberto Soto, Pablo Spiller y los participantes del seminario CEA-DECON de la Universidad de Chile.

<sup>†</sup> Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de los Andes, Av. San Carlos de Apoquindo 2200, Santiago. Tel: +56-2-214 1258; anexo 238; fax: +56-2-214 2006; email: [cdiaz@uandes.cl](mailto:cdiaz@uandes.cl).

<sup>‡</sup> Centro de Economía Aplicada (CEA), Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, Av. República 701, Santiago. Tel: +56-2-678 4065; fax: +56-2-689 7895; email: [agaleto@dii.uchile.cl](mailto:agaleto@dii.uchile.cl).

<sup>§</sup> Departamento de Economía, Universidad Alberto Hurtado, Erasmo Escala 1835, Santiago. Tel: +56-2-671-7130; fax +56-2-696-4880; email: [rsoto@uahurtado.cl](mailto:rsoto@uahurtado.cl).

# 1 Introducción

La reciente crisis eléctrica desató una gran polémica y se ha dicho con insistencia que la ley que regula al sector adolece de serias limitaciones. Este trabajo estudia formalmente los incentivos de corto y largo plazo que imponía la regulación eléctrica chilena vigente cuando la crisis y caracteriza el comportamiento de consumidores y empresas generadoras en situaciones de sequía extrema. Nos interesa averiguar si la ley contenía precios suficientes para administrar sin cortes y eficientemente caídas drásticas de la cantidad ofrecida de energía y si el sistema de precios daba los incentivos correctos para invertir en capacidad de reserva. Adicionalmente, analizamos en detalle las consecuencias de la limitación de las compensaciones que incluía el artículo 99° bis de la ley eléctrica. Para ello desarrollamos un modelo formal que permite examinar consistentemente el sistema de precios que impone la ley eléctrica y las interacciones que ocurren entre el mercado spot, el regulado y el de clientes libres. Esto nos permite identificar las principales falencias de la ley, estudiar el comportamiento de las empresas y consumidores y caracterizar los principales problemas que se suscitan cuando ocurre una sequía extrema. En un trabajo complementario (véase Díaz, Galetovic y Soto [1999]) estudiamos las lecciones de la crisis y analizamos detalladamente la actuación del regulador y las empresas eléctricas<sup>1</sup>.

Nuestro modelo considera explícitamente que el sistema eléctrico chileno está sujeto a un grado importante de riesgo hidrológico. Mostramos que es conveniente que el sistema se dimensione de manera tal que en años secos el consumo se reduzca y en años normales exista capacidad térmica ociosa. Por lo tanto, cualquier sistema de precios que aspire a lograr una asignación eficiente de los recursos debe entregar señales que induzcan a los usuarios a reducir el consumo en años secos de manera de evitar cortes. Adicionalmente, en años secos el precio de la energía debe ser incluso mayor que los costos de operación y capital de una central térmica; de otra forma no convendría invertir en capacidad térmica que permanecerá ociosa cuando el año es normal.

Un análisis cuidadoso de la ley muestra que en la medida los usuarios regulados sean compensados en años secos por disminuir su consumo en montos que reflejen adecuadamente el verdadero costo alternativo de la energía en años secos y la energía se intercambie a ese precio en el mercado spot, las empresas y consumidores tomarán decisiones tales que en años secos se restringirá el consumo óptimamente, tanto de clientes libres como regulados, sin que ocurran cortes. Sin embargo, las condiciones para que lo anterior ocurra son extremadamente restrictivas y es prácticamente imposible que se den en la práctica. En efecto, para que el sistema de precios actual racione eficientemente la energía disponible en un año de sequía extrema y dé las señales correctas de inversión se requiere que el regulador calcule correctamente varios precios (entre ellos el costo de falla), la distribución de probabilidades de la hidrología, el costo de inversión y operación de las centrales de reserva y la curva de demanda por energía; y que traduzca esta información en una *función* que relacione restricciones de oferta y el valor marginal de la energía suponiendo que ésta se asigna

---

<sup>1</sup>Sobre el particular véase también a Bernstein (1999).

eficientemente. En otras palabras, se requiere que el regulador replique ex ante los precios que arrojaría un mercado contingente de energía en condiciones de sequía extrema.

En la práctica, el valor de la energía en años de sequía extrema (el costo de falla) se calcula muy infrecuentemente (una sola vez desde que entró en vigencia la ley) a partir de encuestas a usuarios y se define como el costo promedio que soportan los usuarios cuando son

rationados por parejo. Mostramos que este concepto de costo de falla no es conceptualmente correcto y, además, impide que el precio de la energía se ajuste a las condiciones de oferta y demanda en años de sequía extrema. Por lo tanto, el sistema de precios vigentes es rígido e inadecuado para acomodar grandes shocks de oferta o demanda. Esta es la principal conclusión del trabajo.

El modelo arroja varios resultados adicionales. Primero, sugiere que, al margen de sus rigidez, el sistema de precios fracasa cuando se limitan las compensaciones a los usuarios regulados. En ese caso estos clientes no tienen incentivos a disminuir el consumo porque el costo alternativo de la energía que enfrentan es mucho menor que el efectivo. Por su parte, las empresas deficitarias tienen fuertes incentivos de no servir a sus clientes regulados, servir a sus clientes libres y evitar comprar energía en el mercado spot. Así, la limitación de las compensaciones lleva a que una restricción de consumo se administre vía cortes en el mercado regulado y a que la asignación de la energía disponible entre clientes libres y regulados sea ineficiente. Mostramos, además, que la obligación de comprar a costo de falla en el mercado spot los excedentes de energía disponibles modera las consecuencias adversas de la suspensión de las compensaciones por energía no servida.

Segundo, mostramos que el costo de falla es una señal de largo plazo importante para guiar las decisiones de inversión en capacidad de reserva para generar en años secos. En concreto, si en años secos los usuarios regulados son compensados cuando restringen su consumo, la energía se transa al costo de falla calculado correctamente y los generadores marginales reciben ingresos únicamente por esas ventas, entonces las decisiones de inversión en capacidad de reserva son óptimas. En particular, si se cumplen estas condiciones el costo de falla compensa adecuadamente los costos de operación y capital de las plantas térmicas cuya frecuencia de uso está determinada por la distribución de probabilidades de la hidrología. Sin embargo, nuevamente este resultado depende de que el regulador calcule correctamente varios precios, la distribución de probabilidades de la hidrología, las decisiones de inversión de las empresas y la curva de demanda por energía.

Cuando los generadores y usuarios regulados anticipan que no se pagarán compensaciones en años secos, y ya sea exista obligación de comprar a costo de falla la energía disponible en el mercado spot o bien los usuarios regulados puedan dictarle a las distribuidoras su política de contratación de energía, se invertirá más que lo eficiente en capacidad térmica y el consumo tenderá a ser el mismo independientemente de la hidrología. Este mayor nivel de seguridad será pagado por los usuarios libres y regulados y perjudicará a los clientes con menor disposición a pagar por la energía. Sin embargo, si no existe obligación de comprar en el mercado spot a costo de falla y los usuarios regulados no influyen las políticas de contratación de las distribuidoras (condiciones que se dan en

la práctica), existe un sesgo a invertir en plantas hidráulicas y a incrementar la magnitud de las fallas en años secos.

Tercero, examinamos las consecuencias de la limitación de las compensaciones a usuarios regulados que imponía el artículo 99° bis de la ley eléctrica en condiciones de sequía extrema. La justificación conceptual de esta limitación es que los usuarios regulados no debían ser compensados cuando esas sequías extremas no habían sido consideradas en el cálculo del precio de nudo; de lo contrario, se perjudicaría a las empresas con centrales hidráulicas porque el precio de nudo sería menor que los costos marginales esperados del sistema. Mostramos que este argumento es equivocado. En primer lugar, condiciones de arbitraje que deben cumplirse entre el mercado spot y el regulado implican que los errores de cálculo del precio de nudo no perjudican a las centrales hidráulicas, sino a toda empresa que venda a clientes regulados. Este perjuicio se reparte a prorrata de la energía contratada a precio de nudo, independiente del mix hidráulico-térmico de cada generador. En segundo lugar, la limitación de las compensaciones es insuficiente para compensar las pérdidas impuestas al conjunto de las empresas por el error de cálculo del precio de nudo. Este error sólo puede corregirse cuando las empresas ajustan sus decisiones de inversión. Mostramos que si el error de cálculo del precio de nudo es consecuencia de sobreestimar sistemáticamente la energía generable con agua, el ajuste endógeno de las decisiones de inversión de las empresas llevará en el largo plazo a contraer la proporción de centrales hidráulicas de manera que marginen con más frecuencia las centrales térmicas. Si bien la asignación de recursos resultante ya no será eficiente, las empresas no obtendrán pérdidas. Por lo tanto, la limitación de las compensaciones no sólo era inefectiva para cautelar el equilibrio financiero de las empresas, también era innecesaria. En conclusión, la limitación de las compensaciones desarmó el sistema de precios sin ningún beneficio desde el punto de vista de la eficiencia económica.

Cuarto, examinamos conceptualmente la controversia entre empresas excedentarias y deficitarias sobre a qué precio se deben valorar las transferencias de energía cuando simultáneamente se han limitado las compensaciones a usuarios regulados. Concluimos que la limitación de las compensaciones no debería haber afectado las reglas del juego en el mercado spot. En particular, el precio spot no se debe calcular simulando el despacho con la hidrología más seca considerada al calcular el precio de nudo (la de 1968-1969) sino con la hidrología efectiva; y debería haber existido obligación de comprar en el mercado spot para cubrir déficit de energía que sobrepasen los que hubieran ocurrido con la hidrología de 1968-1969. Más aún, mostramos que si se limitan las compensaciones a usuarios regulados es eficiente que las transacciones entre generadores se valoricen a costo de falla, medido éste como la valoración promedio de los usuarios regulados racionados. En términos aproximados, esto es lo que calculan los estudios que se han encargado para estimar el costo de falla.

Nuestro trabajo está relacionado con el de Serra (1997) quien examinó sistemas de precios alternativos para sistemas eléctricos sujetos a riesgo hidrológico. Extendemos su modelo incluyendo

el mercado de los clientes libres y modelando con más detalle la demanda de clientes individuales. Esto nos permite analizar las interacciones del mercado libre con el mercado spot y el regulado y estudiar las decisiones de desconexión en año seco a nivel de clientes individuales que valoran la energía con distinta intensidad. Adicionalmente, analizamos varias implicancias del hecho que las empresas cierran contratos con clientes libres y regulados. Nuestro trabajo también está relacionado con el de Raineri y Ríos (1998) quienes estudiaron cuál debía ser el precio de intercambio entre generadores en condiciones de sequía. Contrario a ellos, concluimos que ese precio debe ser, en general, mayor que el costo de operación de la central de costo más alto del sistema e incluso que su costo de operación y capital. De lo contrario, las señales de precio son equivocadas para guiar la asignación de recursos tanto en el corto como en el largo plazo.

Antes de seguir es conveniente advertir que propósito del trabajo es analizar los incentivos de la ley. Si bien el trabajo fue motivado por los problemas causados por la reciente crisis, aquí no explicamos por qué ocurrió ni analizamos la actuación que ella tuvieron las empresas y el regulador. Como ya se dijo, esos temas se tratan en otro trabajo paralelo (Díaz, Galetovic y Soto [1999]). Tampoco analizamos los cambios que se le hicieron a la ley en junio pasado.

El resto del trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 describimos brevemente el sistema de precios chileno. En la sección 3 presentamos el modelo y estudiamos el problema del planificador social. En la sección 4 modelamos el sistema de precios vigente en Chile y examinamos las condiciones bajo las que un equilibrio competitivo del mercado eléctrico implementa la asignación de recursos socialmente óptima. En la sección 5 examinamos el equilibrio de corto y largo plazo cuando los usuarios regulados no son compensados por la energía no servida. En la sección 6 analizamos críticamente la limitación impuesta por el artículo 99° bis antiguo de la ley eléctrica a las compensaciones en sequía extrema. La sección 7 concluye. Tres apéndices demuestran algunos resultados que se utilizan en el texto.

## 2 El sistema de precios chileno

En Chile existen tres precios —spot, nudo y libre— correspondientes cada uno a un mercado —spot, regulado y libre. El conjunto de estos tres mercados y sus interacciones es el mercado eléctrico de generación (al que en adelante llamaremos simplemente “mercado eléctrico”).

El primer precio es el determinado en un mercado spot donde los generadores deficitarios le compran energía y potencia a los superavitarios a costo marginal instantáneo del sistema o *precio spot*. Este mercado es necesario porque la ley eléctrica impone el despacho obligatorio de las centrales en estricto orden de mérito según costos marginales de corto plazo declarados, independientemente de los contratos comerciales de cada empresa generadora. Este despacho es dirigido por el Centro de Despacho Económico de Carga (CDEC). El precio spot de la energía se ajusta cada hora y corresponde al costo marginal de operación de la central despachada cuyo costo de operación es más alto, salvo cuando ocurre una falla, en cuyo caso las ventas se valoran al costo

de falla. Es importante notar que el costo de falla se estima a partir de encuestas a los usuarios y, al menos en principio, corresponde al costo promedio que se le impone a un usuario que restringe su consumo por períodos prolongados de tiempo<sup>2</sup>. Por otro lado, el precio spot de la potencia es igual al costo de capital de una turbina a gas, la tecnología más eficiente para dar el peak instantáneo del sistema. Este precio se le paga a quienes aportan al sistema más potencia que la contratada al momento del peak anual del sistema.

El segundo precio que existe en Chile es el *precio de nudo*. Éste se ocupa para valorar las ventas de generadores a distribuidores que a su vez se lo cobran a los clientes pequeños (menos de 2MW de potencia instalada)<sup>3</sup>. En el Sistema Interconectado Central (SIC) se vende a precio de nudo aproximadamente el 60% de la energía. El precio de nudo de la potencia es igual al costo de capital de una turbina a gas. El precio de nudo de la energía lo fija la Comisión Nacional de Energía (CNE) cada seis meses usando el modelo GOL (por “gestión óptima del Laja”), un modelo simple de programación dinámica estocástica. Corresponde al costo marginal esperado del sistema en los próximos 48 meses, incluyendo los costos de falla en casos que el modelo prediga racionamiento. Se calcula considerando una proyección de la demanda agregada, el parque de generación existente, el programa óptimo de entrada de centrales, el costo de operación de las distintas centrales térmicas y el manejo óptimo del embalse del lago Laja. Para incorporar la variabilidad hidrológica, el costo marginal esperado se computa con 40 hidrológicas, las que se suponen equiprobables. El año hidrológico más seco que se incluye es el de 1968-1969. Todos los datos con que se corre el modelo son decididos por el regulador. Nótese que el precio de nudo no sólo es fijo durante seis meses. Más aún, al ser un promedio de los costos marginales esperados durante los siguientes 48 meses es también rígido y bastante insensible a las condiciones de oferta de corto plazo.

El precio de nudo de la energía tiene un segundo componente que, si bien usualmente no se menciona, es crucial en la discusión que sigue más abajo: las compensaciones en caso de falla<sup>4</sup>. En caso que ocurra un déficit de abastecimiento y se dicte un decreto de racionamiento, la ley obliga a las compañías generadoras deficitarias a compensar a los usuarios regulados por la energía no entregada. Por cada kWh no suministrado la generadora deficitaria debe pagarle al usuario la diferencia entre el costo de falla y el precio de nudo. Por supuesto, es imposible determinar con certeza el monto de la energía no entregada. Por lo tanto, en la práctica ésta se define como la diferencia entre la energía facturada durante el mismo período del año anterior (incrementada por la tasa de crecimiento esperada de la demanda incluida en la última fijación del precio de nudo) y la energía efectivamente entregada. Es decir, la compensación es

$$\left[ (1 + g_t) \cdot (\text{energía facturada})_{t-1} - (\text{energía entregada})_t \right] \times [\text{costo de falla} - p_N],$$

donde  $g_t$  es la tasa de crecimiento de la demanda incluida en la última fijación del precio de nudo

---

<sup>2</sup>Véase Fierro y Serra (1993).

<sup>3</sup>Los usuarios también pagan un cargo por distribución.

<sup>4</sup>Artículo 99° bis del DFL1 de 1982.

y  $p_N$  es el precio de nudo. Nótese que el término  $(1 + g_t) \cdot (\text{energía facturada})_{t-1}$  pretende estimar la cantidad que se hubiera consumido de no ocurrir una restricción *de oferta*. Aún cuando veremos que esta aproximación puede ser razonable si el propósito es que los usuarios enfrenten el costo de oportunidad de la energía en caso de una restricción de oferta, es conveniente notar que es inadecuado cuando el exceso de demanda se debe a un shock de demanda.

Hasta la reciente modificación de la ley, esta indemnización admitía una limitación. En caso que ocurriese una hidrología más seca que la de 1968-1969 o una sequía de dos o más años consecutivos, la energía entregada por las centrales hidráulicas se debía calcular con la hidrología de 1968-1969. Vale decir, una generadora deficitaria no estaba obligada a compensar a los usuarios regulados más allá del déficit que hubiera ocurrido de ocurrir una sequía como la de 1968-1969.

Por último, los usuarios de más de 2MW de potencia instalada (grandes clientes) son libres de negociar directamente con las compañías generadoras sus condiciones de abastecimiento y seguridad y los precios de energía y potencia. Los contratos libres suelen ajustarse a las características de cada cliente. Sin embargo, una buena parte de ellos consisten en un precio fijo que es independiente de la hidrología y que refleja los cambios de las condiciones del mercado únicamente en el largo plazo. Alrededor del 40% de la energía vendida en el SIC se valora a precios libres.

### 3 El modelo

En esta sección estudiamos un modelo de un período con incertidumbre hidrológica que extiende el de Serra (1997) y obtenemos la asignación socialmente óptima. Para simplificar ignoramos el resto de las fuentes de incertidumbre (fallas de centrales térmicas, caídas de líneas de transmisión, etc.).

#### 3.1 Hidrología, tecnología y demanda

Existen dos tecnologías, térmica ( $t$ ) e hidráulica ( $h$ ), y dos posibles hidrologías: normal ( $n$ ) y seca ( $s$ ). Si el año es seco, únicamente una fracción  $\alpha \in (0, 1)$  de la potencia hidráulica instalada está disponible<sup>5</sup>. La probabilidad de que el año sea seco es  $\pi \in (0, 1)$ , que es conocimiento común. Las decisiones de inversión se toman antes de saber si el año es normal o seco.

Para simplificar se supondrá que todas las centrales hidráulicas son de pasada. Su costo de operación es 0 y el costo de capital es de  $f^h$  pesos por kW instalado. El costo de operación de las centrales térmicas es  $c$  pesos por kWh generado y su costo de inversión es de  $f^t$  pesos por kW instalado por año. Por último, suponemos que las compañías son neutrales al riesgo.

Existe un continuo de consumidores neutrales al riesgo. Cada uno consume un kWh si

$$u \equiv v - p \geq 0, \tag{1}$$

---

<sup>5</sup>Este supuesto es exacto para las centrales de pasada, cuya potencia generable depende únicamente del caudal. Cuando se trata de centrales de embalse disminuye la energía total que puede ser generada en el período, no necesariamente la potencia disponible en cualquier momento del tiempo.

(donde  $u$  es el beneficio neto de consumir un kWh,  $v$  es el beneficio bruto de consumir ese kWh, y  $p$  el precio de la energía) y nada si  $u < 0$ . La valoración de la energía no depende de si el año es normal o seco y se distribuye en el intervalo  $[\underline{v}, \bar{v}]$  con función de densidad  $f(v)$  y densidad acumulada  $F(v) \equiv \int_{\underline{v}}^v f(s)ds$ <sup>6</sup>. Luego, la demanda por energía es

$$D(p) \equiv \int_p^{\bar{v}} f(v)dv.$$

Para simplificar suponemos, además, que la demanda por potencia de cada usuario es la misma en cada instante del período, lo que nos permite ignorar las complicaciones que introduciría la tarificación diferenciada de los períodos de punta.

### 3.2 El óptimo social

En esta subsección obtenemos la capacidad hidráulica y térmica socialmente óptima y los precios sombra que se deducen de ese óptimo.

Nótese que, como lo destaca Serra (1997), siempre es eficiente despachar primero a las plantas hidráulicas, porque su costo de operación es 0. Adicionalmente, y en vista que la única fuente de incertidumbre es la hidrología, se sigue que en el óptimo siempre se ocupa toda la capacidad hidráulica disponible y que las plantas térmicas deben operar a plena capacidad en años secos; de lo contrario sería posible ahorrar el costo de capital de las inversiones que permanecen ociosas. En vista de lo anterior, el planificador social maximiza

$$(1 - \pi) \left[ \int_0^{x_n} D^{-1}(x)dx - caT \right] + \pi \left[ \int_0^{x_s} D^{-1}(x)dx - caK^t \right] - f^t aK^t - f^h aK^h \quad (2)$$

sujeto a

$$x_n \leq a(K_h + T)$$

$$x_s \leq a(\alpha K^h + K_t)$$

$$T \leq K_t,$$

donde  $D^{-1}$  es la demanda inversa por energía,  $x_n$  y  $x_s$  son, respectivamente, la energía consumida en año normal y seco medida en kWh,  $K_h$  y  $K_t$  son la potencia hidráulica y térmica,  $T$  es la generación térmica en año normal, y  $a$  es el largo del período, que suponemos igual a 1. Nótese que el problema (2) implica elegir  $x_n$ ,  $x_s$ ,  $T$ ,  $K_t$  y  $K_h$ ; es decir, el planificador elige cantidades y no precios. Sin embargo, al obtener cantidades óptimas podremos deducir precios sombra.

Dado que la pendiente de la función de demanda es negativa, la función objetivo (2) es cóncava. Luego, las condiciones de Kuhn y Tucker son necesarias y suficientes. La siguiente proposición resume los resultados de Serra (1997).

---

<sup>6</sup>La interpretación es la siguiente: hay  $f(v)$  consumidores que están dispuestos a pagar a lo más  $v$  por el kWh y  $F(v)$  consumidores cuya disposición a pagar es  $v$  o menos.



**Proposición 3.1** *Sea  $\bar{p}_n$  el precio sombra de la energía si el año es normal,  $\bar{p}_s$  el precio sombra de la energía si el año es seco y  $c > \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1 - \pi}$ . Entonces  $\bar{T} = 0$ ,  $\bar{x}_n = \bar{K}_h$ ,  $\bar{x}_s = \alpha\bar{K}_h + \bar{K}_t$ ,*

$$\begin{aligned}\bar{p}_n &\equiv D^{-1}(\bar{x}_n) = \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1 - \pi}, \\ \bar{p}_s &\equiv D^{-1}(\bar{x}_s) = c + \frac{f^t}{\pi}.\end{aligned}\tag{3}$$

*maximizan (2).*

**Demostración.** Véase Serra (1997).□

La Proposición 3.1 tiene varias implicancias. Para apreciarlas es conveniente centrar la discusión en la figura 1, de la cual se desprende el siguiente resultado:

**Resultado 3.2** *Es conveniente invertir de manera tal que en años secos se consuma menos energía que en años normales y de modo que en años normales parte de la capacidad quede ociosa. Por lo tanto, es óptimo que en años secos se reduzca el consumo en*

$$\bar{x}_n - \bar{x}_s = (1 - \alpha)\bar{K}_h - \bar{K}_t.\tag{4}$$

El resultado 3.2 se sigue del hecho que  $\bar{K}_h + \bar{K}_t > \bar{x}_n > \bar{x}_s$  porque  $\bar{p}_n < \bar{p}_s$ . Esto implica que si se toma como punto de referencia el consumo de un año normal (como lo trata de hacer la ley eléctrica), es óptimo que en años secos disminuya el consumo en magnitud indicada por la ecuación (4). Este resultado es de suma importancia. Al contrario de lo que se sostiene en muchas discusiones públicas, el modelo indica que no es conveniente que el consumo sea el mismo independientemente de la hidrología. En otras palabras, las restricciones de consumo son inherentes a los sistemas eléctricos con una fracción significativa de generación hidráulica.

Sin embargo, la ecuación (4) sugiere, además, que es necesario distinguir la reducción del consumo, de los conceptos de “corte” o “falla técnica”. Si en años secos los usuarios pagasen el precio sombra de la energía no habría cortes ni falla técnica, a pesar de que el consumo sería menor que en un año normal y que, de acuerdo con la definición de falla implícita en la ley, el sistema se encontraría en falla legal. Por lo tanto, los cortes *no son* inherentes a los sistemas eléctricos con una fracción significativa de generación hidráulica. Que ellos ocurran sugiere que el sistema de precios no funciona adecuadamente.

El siguiente resultado sugiere una importante característica de la asignación óptima:

**Resultado 3.3** *En años secos el precio sombra de la energía es igual a la disposición a pagar del consumidor marginal.*

Nótese que la condición (1) implica que en el óptimo  $\bar{p}_s = v$ , la valoración del consumidor marginal. Tradicionalmente a esto se le ha llamado “costo de falla”. Vale decir, en años secos todos los usuarios deberían enfrentar el costo de falla *marginal* para tomar sus decisiones de consumo. Sin embargo, en la práctica y para efectos de la regulación, en Chile se estima el

costo de falla mediante encuestas a clientes. A éstos se les pregunta por el costo de una restricción prolongada del  $x\%$  del consumo<sup>7</sup>. Por lo tanto, si la encuesta es aleatoria y se se pone en práctica la solución socialmente óptima, se obtendrá que el costo de falla estimado de esa manera es igual a

$$E[v]_{\bar{p}_n} \equiv \frac{1}{F(\bar{v}) - F(\bar{p}_n)} \int_{\bar{p}_n}^{\bar{v}} v f(v) dv. \quad (5)$$

Esta cantidad corresponde a la disposición a pagar *promedio* de los consumidores que consumen energía en años normales y es una medida adecuada de la valoración marginal de un kWh sólo si se raciona el consumo por parejo o aleatoriamente. Este costo de falla ‘promedio’ no tiene por qué ser igual al costo de falla ‘marginal’,  $\bar{p}_s$ , que es la medida adecuada de la valoración marginal de un kWh si la restricción de oferta se asigna eficientemente y sin cortes. Esto sugiere que es importante distinguir ambos conceptos. Para evitar confusiones en adelante los distinguiremos explícitamente.

La ecuación (3) indica que, además, el precio sombra de la energía en un año seco —el costo de falla marginal— es igual a  $c + \frac{f^t}{\pi}$ . Esto muestra que

**Resultado 3.4** *Existe un vínculo estrecho entre el costo de falla marginal y el costo marginal de operar y expandir la capacidad térmica.*

Los resultados 3.3 y 3.4 señalan que existe un vínculo estrecho entre la eficiencia de corto y de largo plazo. Nótese que, si bien el costo de falla marginal corresponde al valor en el margen de un kWh en un año seco, éste es determinado únicamente por (i) los costos de operar la capacidad de reserva; (ii) el costo de capital de esa capacidad; y (iii) la distribución de probabilidades de la hidrología. En el óptimo el costo de falla marginal es en esencia un precio determinado por las condiciones de oferta y no por las características de la demanda. Por eso, estimar el valor de la energía en años secos usando exclusivamente información de demanda es conceptualmente errado, más aún si, como la hace la expresión (5), se parte de la premisa que en años secos ocurrirán cortes.

El costo de falla marginal es un precio clave para la asignación tanto de corto como de largo plazo. El siguiente resultado aclara la relación que existe entre el precio sombra de la energía y los costos de las centrales térmicas.

**Resultado 3.5** *El precio sombra de la energía en un año seco es mayor que la suma de los costos de operación y de capital de la central térmica porque  $\pi < 1$ .*

---

<sup>7</sup>Los rangos son entre 0 y 10%; entre 10 y 20%; y más de 20%. Véase Fierro y Serra (1993).

El resultado se debe a que las centrales térmicas operan únicamente en años secos. Por lo tanto, en esos años la inversión en esas centrales debe pagarse completamente. Nótese además que en el óptimo, mientras menor sea la probabilidad de una sequía mayor debe ser la restricción de consumo si la sequía ocurre. El siguiente resultado explica cómo se debe remunerar la capacidad hidráulica.

**Resultado 3.6** *En años normales es conveniente expandir la capacidad con centrales hidráulicas.*

El precio sombra de estas centrales incluye únicamente su costo de capital (su costo marginal de operación es cero) ajustado por dos factores. El primero es  $\alpha(\pi \cdot c + f^t)$ : un kW adicional de capacidad en año normal expande la capacidad disponible en año seco en  $\alpha$  kW, y permite ahorrar  $\alpha$  kWh térmicos. En valor esperado ese ahorro vale  $\pi\alpha\bar{p}_s = \alpha(\pi \cdot c + f^t)$ , porque las sequías ocurren con probabilidad  $\pi$ . Por lo tanto, el precio sombra de la energía en sequía depende de la severidad de la sequía. El segundo factor de ajuste es  $1 - \pi$ : parte de la capacidad hidráulica se usa únicamente en años secos, los que ocurren con frecuencia  $1 - \pi$ . Nótese que el precio sombra de la energía es más alto mientras mayor sea la severidad de la sequía (es decir, mientras menor sea  $\alpha$ ). Finalmente, el último resultado explica la relación entre los precios sombra y el equilibrio financiero de las generadoras.

**Resultado 3.7** *Si las generadoras cobran los precios sombra, financian exactamente sus costos de operación y capital en valor esperado.*

Este resultado se debe al supuesto de retornos constantes a escala. En efecto, por cada kW instalado una generadora hidráulica recauda en valor esperado

$$\begin{aligned} & (1 - \pi)\bar{p}_n + \pi\alpha\bar{p}_s - f^h \\ = & f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t) + \alpha\pi c + \alpha f^t - f^h \\ = & 0 \end{aligned}$$

(recuérdese que cada kW instalado genera durante todo el período). Por su parte, una generadora térmica recauda por cada kW instalado

$$\pi(\bar{p}_s - c) - f^t = 0.$$

## 4 Regulación eléctrica chilena

En esta sección adaptamos nuestro modelo para analizar la regulación vigente en Chile.

## 4.1 El modelo

En Chile el despacho es independiente de los contratos entre clientes y generadores y se hace de acuerdo al costo marginal de operación de las centrales. Luego, se despachan primero las plantas hidráulicas y luego las térmicas.

En el modelo que utilizamos en este trabajo el consumo es parejo a lo largo de todo el período. Por lo tanto, no ocurre un peak instantáneo y no es necesario distinguir entre precios de energía y potencia. Así, supondremos que con cada hidrología las transferencias entre generadores se hacen a un precio único que es igual al costo marginal de la energía dada la hidrología:  $p_n$  en año normal y  $p_s$  en año seco (más abajo determinamos endógenamente estos precios).

De manera natural, supondremos que los usuarios regulados pagan el valor esperado de los costos marginales de la energía, vale decir, el precio de nudo,  $p_N$ , es igual a

$$(1 - \pi)p_n + \pi p_s$$

por cada kWh. Supondremos que apenas ocurra que la cantidad de energía generada en un año seco sea menor que la energía consumida en un año normal se decreta racionamiento. En ese caso un usuario que consuma un kWh en año normal y nada si el año es seco será compensado en

$$\tau = p_s - p_N \tag{6}$$

De la ecuación (6) se desprende que el costo alternativo de consumir un kWh en un año seco es  $p_N + \tau = p_s$ , a pesar que el precio de cada kWh consumido es independiente de la hidrología.

Por último consideramos a los clientes libres. Supondremos que todos los contratos consisten en un precio  $p_l$  por kWh suministrado, un compromiso de suministro (1 kWh en vista de nuestros supuestos) y un cargo por desconexión  $\tau_l$  por kWh no suministrado<sup>8,9</sup>. Supondremos, además, que para todo  $v$  una fracción  $\lambda \in (0, 1)$  de los  $f(v)$  clientes con valoración  $v$  son regulados y una fracción  $1 - \lambda$  son libres y que el mercado de clientes libres es perfectamente competitivo.

## 4.2 Equilibrio de mercado

A continuación mostramos que si el regulador fija  $p^h = \bar{p}_n$  y  $p^t = \bar{p}_s$ , entonces un mercado competitivo alcanza el óptimo social. Para ello necesitamos demostrar antes una serie de resultados que caracterizan las decisiones de consumo de los clientes regulados y el mercado de los clientes libres. Comenzamos por caracterizar la demanda de clientes regulados.

---

<sup>8</sup>Como se dijo más arriba, solamente pueden contratar libremente los usuarios de más de 2MW de potencia instalada, mientras que en este modelo todos los clientes son iguales. Al costo de una notación más engorrosa sería sencillo extender el modelo para considerar las diferencias de tamaño.

<sup>9</sup>En la práctica, muy pocos contratos incluyen cláusulas de multas por desconexión. Sin embargo, los resultados que siguen continúan siendo válidos si las partes pueden negociar un pago contingente por desconexión una vez que ocurre una restricción de oferta y la contratación ex ante es competitiva. Esta forma de modelar el problema simplifica el álgebra sin alterar las conclusiones.

**Lema 4.1** Sea  $p_N = (1 - \pi)p_n + \pi p_s$  y  $\tau = p_s - p_N$  con  $p_s \geq p_n$ . Entonces (i) cada consumidor con valoración  $v \geq p_s$  demanda un kWh en ambos estados; (ii) cada consumidor con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  demanda un kWh únicamente en años normales; (iii) aquellos con valoración  $v < p_n$  no demandan energía.

**Demostración.** Un consumidor regulado consume en ambos estados si

$$v - p_N \geq \max \{(1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau, 0\}; \quad (7)$$

únicamente en año seco si

$$(1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau \geq \max \{v - p_N, 0\}; \quad (8)$$

y no consume si

$$0 > \max \{v - p_N, (1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau\}. \quad (9)$$

Sea  $v \geq p_n$ . Entonces,  $(1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau \geq 0$  y el cliente al menos consume en año normal. Si además  $v \geq p_s$ ,  $v - p_N \geq (1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau$ , y de (7) se desprende que consume en ambos estados. Por otro lado, si  $v \in [p_n, p_s)$ , entonces  $(1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau \geq v - p_N$ , y de (8) se desprende que el usuario sólo consume cuando el año es normal. Por último, si  $v < p_n$  entonces  $0 > \max \{v - p_N, (1 - \pi)(v - p_N) + \pi\tau\}$ .  $\square$

El lema 4.1 muestra que para cada combinación de precios spot existen tres tipos de clientes regulados, los que se ordenan según su valoración de la energía. El primer grupo lo componen aquellos que valoran mucho el kWh y que prefieren consumir en ambos estados. El segundo grupo, cuya valoración es intermedia, consume solamente si el año es normal, pero elige desconectarse voluntariamente cuando el año es seco. Por último, quienes valoran poco la energía prefieren no consumirla. Del lema 4.1 se desprende también el siguiente corolario:

**Corolario 4.2** Sea  $p_N = (1 - \pi)p_n + \pi p_s$  y  $\tau = p_s - p_N$  con  $p_s \geq p_n$ . Si un generador compra en el mercado spot para venderle a un cliente regulado, entonces sus utilidades económicas son cero.

**Demostración.** Si el cliente es tal que  $v \geq p_s$  consume en ambos estados. Luego, el generador recauda  $p_N - [(1 - \pi)p_n + \pi p_s] = 0$ . Si el cliente es tal que  $v \in [p_n, p_s)$ , entonces el generador recibe  $(1 - \pi)(p_N - p_n) - \pi\tau = (1 - \pi)(p_N - p_n) - \pi(p_s - p_N) = 0$ .  $\square$

A continuación mostramos que un ordenamiento similar caracteriza a los contratos libres de equilibrio. Antes de establecer el lema definimos “equilibrio competitivo del mercado de clientes libres”. En la definición,  $E\Pi(p, \tau, v)$  son las utilidades esperadas que obtiene un generador cuando cierra un contrato  $(p, \tau)$  con un cliente libre con valoración  $v$ ; y  $Eu(p, \tau, v)$  es el beneficio esperado de un cliente libre que acepta tal contrato.

**Definición 1** Sean  $p_n$  y  $p_s$  los precios spot de la energía en año normal y seco respectivamente con  $p_n \leq p_s$ . Un equilibrio competitivo en el mercado de clientes libres es una función de precios  $p_l : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}$  y de multas por desconexión  $\tau_l : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que para todo  $v \in [\underline{v}, \bar{v}]$ : (i)  $E\Pi(p, \tau, v) = 0$  si compra en el mercado spot; (ii)  $\nexists (p, \tau)$  tal que  $Eu(p, \tau, v) > Eu[p_l(v), \tau_l(v), v]$  y  $E\Pi(p, \tau, v) > 0$ .

Vale decir, en un equilibrio competitivo una generadora que compra en el mercado spot obtiene cero utilidades con cada tipo de cliente, y cada cliente obtiene el mejor contrato factible. Nótese que en la definición estamos suponiendo que las generadoras conocen la valoración  $v$  de cada cliente. El lema 4.3 caracteriza el equilibrio competitivo del mercado de clientes libres.

**Lema 4.3** Sean  $p_n$  y  $p_s$  los precios spot de la energía en año normal y seco respectivamente con  $p_s \geq p_n$ . Entonces  $[p_l, \tau_l] : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que

$$p_l = \begin{cases} p_N & \text{si } v \in [p_s, \bar{v}] \\ (1 - \pi)p_n + \pi v & \text{si } v \in [p_n, p_s) \\ p_N & \text{si } v \in (p_n, \underline{v}] \end{cases}$$

y

$$\tau_l = \begin{cases} v - p_N & \text{si } v \in [p_s, \bar{v}] \\ v - p_l(v) & \text{si } v \in [p_n, p_s) \\ 0 & \text{si } v \in (p_n, \underline{v}] \end{cases}$$

son un equilibrio competitivo del mercado de clientes libres.

**Demostración.** Consideramos primero a los clientes con  $v \geq p_s$ . No es conveniente desconectar a un cliente a quien hay que pagarle una multa  $\tau_l(v) = v - p_N \geq p_s - p_N$  porque ese kWh cuesta  $p_s$  en el mercado spot. Así, el cliente recibe energía en ambos estados y la utilidad esperada del generador es  $(1 - \pi)(p_N - p_n) + \pi(p_N - p_s) = 0$ . Más aún, el excedente del cliente es  $v - p_N = v - (1 - \pi)p_s - \pi p_n$ , y no existe otro contrato que le dé mayor excedente esperado a los usuarios y que, al mismo tiempo, deje utilidades no-negativas porque el usuario paga exactamente el costo esperado de suministro.

Consideramos ahora a los clientes con  $v \in [p_n, p_s)$ . En un año seco el costo de venderle el kWh es  $p_l - p_s$ ; el costo de desconectarlo es pagar la multa,  $-(v - p_l)$ . Por lo tanto, la generadora desconectará al cliente, porque  $v < p_s$  y sus utilidades esperadas son  $(1 - \pi)(p_l - p_n) + \pi(p_l - v) = 0$ . El excedente del cliente es  $v - p_l = (1 - \pi)(v - p_n)$  (es el mismo en ambos estados). No existe otro contrato que le dé mayor excedente esperado y que al mismo tiempo no deje pérdidas a la empresa, porque el usuario paga exactamente el costo de suministro.

Por último, ningún cliente con  $v < p_n$  comprará a  $p_N$ ; cualquier contrato deja pérdidas porque la valoración de esos clientes es menor que el costo de suministro en año normal.  $\square$

Tal como en el caso de los clientes regulados, el lema 4.3 sugiere que las multas por desconexión ordenan a los clientes libres de mayor a menor valoración. Aquellos clientes con valoraciones suficientemente altas nunca son desconectados; aquellos con valoraciones intermedias son desconectados

en años secos pero son servidos en años normales; y aquellos con valoraciones suficientemente bajas no compran energía. Los dos lemas sugieren, por lo tanto, que debería ser posible descentralizar el óptimo social eligiendo precios, compensaciones y multas adecuadas. Nótese que los dos lemas precedentes suponen que el generador compra en el mercado spot. Sin embargo, en principio un generador podría respaldar sus contratos con producción propia y ofrecer condiciones más favorables a los clientes libres. El siguiente lema establece que si el mercado de clientes libres está en equilibrio, a un generador le es indiferente vender en el mercado spot, el regulado o el libre. En equilibrio los tres mercados están completamente arbitrados.

**Lema 4.4** *Sean  $p_n$  y  $p_s$  los precios spot de la energía en año normal y seco respectivamente con  $p_s \geq p_n$  y sea  $(p_l, \tau_l) : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  un equilibrio competitivo del mercado de clientes libres. Entonces a un generador, independientemente si es térmico o hidráulico, le es indiferente vender en el mercado spot, el regulado o el libre.*

**Demostración.** Ver apéndice A.  $\square$

La propiedad de arbitraje completo enunciada en el lema 4.4 es de crucial importancia porque indica que en equilibrio el costo alternativo de servir un contrato es determinado por los precios del mercado spot. En otras palabras, el arbitraje completo implica que todos los generadores enfrentan el mismo costo de oportunidad de la energía independientemente de sus contratos o su mix hidráulico-térmico. El siguiente corolario será de importancia para demostrar que los precios sombra bastan para descentralizar la asignación de recursos.

**Corolario 4.5** *Si una empresa que vende únicamente en el mercado spot obtiene utilidades esperadas iguales a cero, entonces las ventas a clientes libres y regulados también dejan cero utilidades.*

La siguiente proposición es el principal resultado de esta sección: si el regulador fija precios “correctos”, entonces se implementa el óptimo social. Antes de establecerla, sin embargo, es conveniente definir lo que entendemos por “equilibrio competitivo del mercado eléctrico”.

**Definición 2** *Dado  $p^h$  y  $p^t$ , un equilibrio competitivo del mercado eléctrico es una combinación de precios spot  $(p_n^*, p_s^*)$ , una función  $[p_l^*, \tau_l^*] : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$ , capacidades  $(K_h^*, K_t^*)$  y consumos agregados  $(x_n^*, x_s^*)$  tales que: (i) los clientes regulados toman sus decisiones de acuerdo con el lema 4.1; (ii)  $[p_l^*, \tau_l^*] : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  es un equilibrio del mercado de clientes libres; (iii) los generadores tienen utilidades esperadas iguales a cero, independientemente de su mix de centrales y contratos; (iv) los generadores maximizan utilidades; (v)  $x_n^* \leq K_h^* + K_t^*$ ; (vi)  $x_s^* = \alpha K_h^* + K_t^*$ <sup>10</sup>.*

Nótese que en la definición no deben aparecer las cantidades despachadas en cada estado, porque éstas son determinadas por la regla de despacho eficiente.

<sup>10</sup>En adelante el asterisco ‘\*’ denota un equilibrio competitivo.

**Proposición 4.6** Sea  $c > \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1 - \pi}$ ,  $p^h = \bar{p}_n$  y  $p^t = \bar{p}_s$ . Entonces  $p_n^* = \bar{p}_n$ ,  $p_s^* = \bar{p}_s$ ,  $[p_l^*, \tau_l^*] : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  como en el lema 4.3,  $K_h^* = \bar{K}_h$ ,  $K_t^* = \bar{K}_t$  y consumos agregados  $x_n^* = \bar{x}_n$  y  $x_s^* = \bar{x}_s$  son un equilibrio competitivo del mercado eléctrico.

**Demostración.** Si  $p_n^* = \bar{p}_n$  y  $p_s^* = \bar{p}_s$  entonces  $p_N^* = \bar{p}_N \equiv (1 - \pi)\bar{p}_n + \pi\bar{p}_s$  y  $\tau = \bar{p}_s - p_N$ . Del lema 4.1 sabemos que (a) en años secos consumen todos los usuarios con valoración  $v \geq \bar{p}_s$  y se desconectan para cobrar la indemnización aquellos usuarios con valoración  $v \in [\bar{p}_n, \bar{p}_s)$ . En vista que para todo  $v$  una fracción  $\lambda$  de los clientes son regulados, se desprende de la proposición 3.1 que la cantidad demandada por estos clientes es  $\lambda\bar{x}_n$  en año normal y  $\lambda\bar{x}_s$  en año seco.

Consideremos ahora a los clientes libres. Del lema 4.3 sabemos que (a) en años normales consumen todos los usuarios con valoración  $v \geq \bar{p}_n$ ; (b) en un año seco consumen sólo los usuarios con valoración  $v \geq \bar{p}_s$  y son desconectados y compensados todos los usuarios con valoración  $v \in [\bar{p}_n, \bar{p}_s)$ . En vista que para todo  $v$  una fracción  $1 - \lambda$  de los clientes son libres, se desprende de la proposición 3.1 que la cantidad demandada por estos clientes es  $(1 - \lambda)\bar{x}_n$  en año normal y  $(1 - \lambda)\bar{x}_s$  en año seco.

De lo anterior se desprende que con los precios propuestos la cantidad demandada es  $\bar{x}_n$  en año normal y  $\bar{x}_s$  en año seco. Obviamente que estas cantidades pueden servirse si se invierte  $\bar{K}_h$  y  $\bar{K}_t$ . Más aún, si se invierten esas cantidades el despacho será tal que los precios spot serán  $\bar{p}_n$  en año normal y  $\bar{p}_s$  en año seco.

Queda por demostrar que las generadoras maximizan utilidades y que éstas son iguales a cero. Para ello, y en vista del corolario 4.5, basta con mostrar que una empresa que venda al mercado spot tendrá utilidades iguales a cero. Pero eso se desprende del resultado 3.7: cuando las empresas reciben los precios sombra, sus utilidades son iguales a cero.  $\square$

### 4.3 Caracterización del equilibrio

La proposición 4.6 indica que si el regulador fija correctamente los precios del despacho (entre los que se incluye el valor de la energía en años secos), el precio de nudo y la cantidad que los consumidores regulados hubieran consumido en un año normal los generadores implementarán descentralizadamente la asignación de recursos socialmente óptima. Esto sugiere que, en teoría, la ley eléctrica provee un sistema de precios adecuado para enfrentar restricciones de oferta eficientemente y sin cortes, a pesar de que en la práctica el precio de nudo aísla a los usuarios regulados de variaciones de precios bajo casi todas las hidrologías. En esta subsección mostramos la mecánica de este sistema de precios y cómo es capaz de implementar el óptimo. En la subsección siguiente argumentamos que la información requerida para calcular los precios correctos es casi imposible de obtener y la consecuencia es que el sistema de precios chileno es extremadamente rígido.



### 4.3.1 Corto plazo

El primer resultado se desprende del lema 4.1 y la proposición 4.6.

**Resultado 4.7** *Si los usuarios regulados son compensados de acuerdo con  $\tau = \bar{p}_s - p_N$ , restringen su consumo en años secos aquellos que valoran el kWh en  $v < \bar{p}_s$ .*

El resultado 4.7 señala un hecho muy importante, a saber que la compensación lleva a que restrinjan *voluntariamente* su consumo aquellos clientes regulados que valoran el kWh en menos que el costo de falla marginal,  $\bar{p}_s$ . En otras palabras, bajo ciertas condiciones restrictivas la compensación  $\tau = \bar{p}_s - p_N$  replica el rol del precio spot. Alternativamente, en años secos la asignación eficiente se obtendría si los usuarios regulados tuvieran que pagar  $\tau$  por encima del precio de nudo. Sin embargo, en ese caso el precio en años secos debería ser  $\bar{p}_n$ <sup>11</sup>. Adicionalmente, de acuerdo con lo que la ley chilena define como “falla”, aún si todos los usuarios regulados con  $v < \bar{p}_s$  se desconectan voluntariamente ésta seguiría existiendo, puesto que el consumo de clientes regulados en año normal es  $\lambda D(\bar{p}_n)$ , mientras que en año seco cae a  $\lambda D(\bar{p}_s)$ . Por lo tanto, todos los clientes que restringen su consumo en horas de déficit deberían ser compensados aún si, a consecuencia de las señales de precio dadas por la compensación, no ocurren cortes.

¿Qué ocurrirá con los usuarios libres? La diferencia entre contratos regulados y libres es que estos últimos le dan el derecho a la generadora a interrumpir el servicio pagando la multa respectiva. Por eso, es necesario analizar las decisiones de desconexión

que tomarán las generadoras en años secos. De la proposición 4.6 se desprenden los siguientes resultados.

**Resultado 4.8** *Si el generador es excedentario y el precio spot es igual al costo de falla marginal, desconectará a todos sus clientes libres que valoren el kWh en menos que  $\bar{p}_s$ .*

La intuición es simple. Cuando el cliente libre valora el kWh en menos que el costo de falla marginal, es conveniente desconectarlo, pagar la multa y vender el kWh en el mercado spot. Por lo tanto, el resultado 4.8 muestra que la única señal que requiere un generador excedentario para asignar eficientemente su energía es que el precio spot refleje el costo de la falla. Nótese que, sin embargo, en un año seco sólo comprarán aquellos clientes regulados con  $v \geq \bar{p}_s$ , porque el resto prefiere ser compensado y se desconecta voluntariamente. Por lo tanto, el generador deficitario deberá pagar compensaciones, aunque eso no le importa porque vende los excedentes a  $\bar{p}_s$  en el mercado spot. El siguiente resultado muestra que el generador deficitario responde a incentivos similares.

---

<sup>11</sup>En el modelo esto implicaría que los usuarios deben pagar el precio spot de la energía en ambos años. En un modelo con más hidrologías ocurrirán años sin falla, en los que es posible definir un precio promedio que cumpla un rol similar al del precio de nudo, con la diferencia que en falla los usuarios pagarían un precio más alto.

**Resultado 4.9** *Si el generador es deficitario y tiene que compensar a los usuarios regulados al costo de falla marginal entonces: (a) desconectará a todos sus clientes libres con valoración  $v \in [\bar{p}_n, \bar{p}_s)$ ; (b) comprará en el mercado spot hasta satisfacer a todos sus clientes libres con  $v \geq \bar{p}_s$  y (c) comprará en el mercado spot para vender todo lo que pueda a clientes regulados.*

El generador deficitario compra en el mercado spot y desconecta clientes libres para no compensar a usuarios regulados y libres con valoración  $v \geq \bar{p}_s$ <sup>12</sup>. Más aún, en caso que un generador deficitario pueda satisfacer a todos sus clientes regulados que demanden energía en año seco y a sus clientes libres con valoración  $v \geq \bar{p}_s$ , aún así tendrá incentivos a seguir desconectando clientes libres con valoración  $v \in [\bar{p}_n, \bar{p}_s)$ , porque podrá vender los kWh así obtenidos en el mercado spot. En resumen, la proposición 4.6 implica lo siguiente:

**Corolario 4.10** *En años secos las generadoras desconectan a todos los clientes libres que valoran el kWh en menos que  $\bar{p}_s$ . Por lo tanto, si los usuarios regulados son compensados de acuerdo con  $\tau = \bar{p}_s - p_N$  entonces no ocurren cortes en años secos.*

Se sigue del corolario que las decisiones de desconexión y de consumo son eficientes<sup>13</sup>. Nótese que  $\bar{p}_s$  es mayor que el costo de operación de las centrales térmicas,  $c$ . Esta diferencia no es una mera transferencia desde generadores deficitarios a excedentarios, sino que es clave para que las decisiones de desconexión de usuarios libres y regulados sean eficientes<sup>14</sup>.

Es útil comparar la mecánica del mercado regulado con la del mercado libre. Para que las decisiones de desconexión de los clientes regulados sean eficientes es clave que el regulador calcule correctamente la compensación  $\tau$  y la cantidad de energía que cada consumidor regulado hubiese consumido de no haber ocurrido la restricción de oferta. Como veremos más abajo, calcular esos valores es muy difícil. Por contraste, las decisiones de desconexión en el mercado libre son tomadas descentralizadamente sin necesidad de que el regulador fije precio alguno. Por supuesto, los precios que fija el regulador afectan las decisiones de desconexión en el mercado libre, pero el punto es que ello ocurre porque los tres mercados operan arbitrados, no porque los precios regulados sean necesarios.

---

<sup>12</sup>En estricto rigor, esto es necesariamente cierto para al menos un generador.

<sup>13</sup>La eficiencia de los contratos libres no es consecuencia de que el mercado sea competitivo, porque el teorema de Coase (1960) indica que las multas por desconexión serán eficientes en tanto los derechos de propiedad estén bien definidos. La competencia sólo garantiza que todo el excedente creado por el contrato quede en manos del cliente libre.

<sup>14</sup>Raineri y Ríos (1998 pp. 17-19) argumentan que esta diferencia es una mera transferencia desde generadores deficitarios a excedentarios que no afecta la asignación de recursos. Sin embargo, su análisis se sustenta en el supuesto que los generadores excedentarios tienen energía suficiente para satisfacer todos los contratos regulados de los generadores deficitarios sin necesidad de desconectar a sus clientes libres con valoración  $v \geq c$ , lo cual no es plausible bajo condiciones de sequía extrema.

### 4.3.2 Largo plazo

De la proposición 4.6 se desprende la siguiente propiedad de un equilibrio competitivo cuando se pagan compensaciones:

**Resultado 4.11** *Si el regulador fija  $p^h = \bar{p}_n$ ,  $p^t = \bar{p}_s$  y  $\tau = p_s - p_N$  entonces la inversión en capacidad térmica de reserva es óptima.*

¿Cuál es la intuición detrás de este resultado? El costo marginal de expandir la producción de energía en años secos en un kWh es  $c + \frac{f^t}{\pi}$  (recordemos que un kWh térmico sólo se ocupa en años secos). Por otro lado, beneficio marginal del último kWh producido en año seco viene dado por la curva de demanda de energía. Cuando los usuarios son compensados adecuadamente por desconectarse en años secos, el costo de oportunidad de consumir que enfrentan es exactamente igual al costo marginal de largo plazo de la energía, y por lo tanto las decisiones de inversión son óptimas.

## 4.4 La intrínseca rigidez del sistema de precios chileno

De la discusión anterior se desprende que bajo las condiciones del modelo el regulador podría implementar el óptimo social. Sin embargo ¿qué tan realista es esa pretensión? En esta subsección argumentamos que no lo es en absoluto, porque los requerimientos de información para calcular precios correctos son formidables. La consecuencia es que el sistema de precios chileno es intrínsecamente rígido e inadecuado para acomodar grandes shocks de oferta o demanda.

La génesis del problema aprecia en la figura 2. En un sistema con importante generación hidráulica ocurrirán años en que la cantidad de energía disponible será menor que la que se hubiese consumido de no haber ocurrido la restricción de oferta. Ahora bien, en esos años el valor marginal de la energía es igual a  $D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$  —la intersección de las curvas de demanda y oferta. Por lo tanto, para fijar el precio correcto el regulador debe conocer la curva de demanda y la magnitud de la sequía. Esto es claramente imposible, porque en la práctica no existe sólo un estado en que la cantidad de energía disponible en años secos es menor que la cantidad que sería demandada al precio vigente en un año normal ( $p_N$  en el modelo)—en términos del modelo, la hidrología  $\alpha$  no toma un valor único sino que es una variable continua. Por lo tanto, para replicar el óptimo no basta con que el regulador fije el costo de falla marginal ex ante; lo que tendría que hacer es entregar una función  $D^{-1} : [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \rightarrow \mathbb{R}$ .

Es prácticamente imposible que el regulador tenga suficiente información para calcular precios contingentes ex ante, por lo que en la práctica calcula un precio “aproximado”. La cuestión es si esa aproximación es adecuada, y la respuesta es que no lo es en absoluto. Como ya se mencionó, en Chile se supone que el valor de la energía en falla es igual al costo de falla promedio,  $E[v]_{v'}$  ( $v'$  es la valoración del último usuario que consume cuando se hace la encuesta), y éste supone que se raciona por parejo. Al margen de las dificultades para calcularlo en la práctica, este precio es

conceptualmente incorrecto, porque supone que cuando ocurre una restricción de oferta el déficit se asignará mediante restricciones parejas de consumo, precisamente lo que pretende evitar un sistema de precios eficiente. Sin embargo, si las compensaciones realmente se pagan y el sistema de precios opera (lo que, sin embargo, a la fecha no ha ocurrido en ninguna restricción de oferta),  $E[v]_{v'}^{\bar{v}}$  determinará las decisiones de desconexión en el margen. Pero, peor aún, en la práctica  $E[v]_{v'}^{\bar{v}}$  no es un precio de mercado que varíe continuamente con la energía disponible, sino que se calcula en sólo tres rangos (restricciones de 0 a 10%, 10 a 20% y más de 20%), muy infrecuentemente (una sola vez desde que entró en vigencia la ley) y cambia discretamente cuando cambia de rango<sup>15</sup>. Como se dijo, en la práctica el rango de posibles restricciones de oferta es continuo y el costo de las fallas va cambiando en el tiempo, particularmente si la economía crece rápido. La consecuencia es que, aun si las compensaciones se pagan, el sistema de precios no se puede ajustar a las condiciones contingentes. Si  $E[v]_{v'}^{\bar{v}} > D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$  la desconexión es excesiva; si  $E[v]_{v'}^{\bar{v}} < D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$  es insuficiente<sup>16</sup>. A esta altura es importante volver a contrastar el mercado regulado con el libre. En este último mercado no se fijan precios y, por ello, las decisiones de desconexión son eficientes (aun cuando pueden no serlo cuando los precios regulados son incorrectos).

El sistema de precios es aún más rígido ante shocks de demanda. En la figura 3 se muestra el caso en que la capacidad disponible,  $K_h + K_t$ , es menor que la cantidad demandada en el año  $t$  a precio  $p_n$ ,  $x(t)$ , a pesar de que la hidrología es normal (por ejemplo, esto podría ocurrir en el futuro si el aire acondicionado se masifica y ocurre un verano inusualmente caluroso). Al precio  $p_n$  la cantidad demandada es mayor que la disponible. Sin embargo, el consumo de referencia para determinar el la energía que debe ser compensada es el del año pasado,  $x(t - 1)$  (véase la sección 2), y es menor que  $K_h + K_t$ . Por lo tanto, no corresponde pagar compensación alguna y necesariamente ocurrirán cortes (véase la siguiente sección). En ese caso, no existe manera de asignar eficientemente la energía disponible.

El problema fundamental es que el valor marginal de la energía, es, en esencia, contingente y no es posible calcularlo ex ante. Mientras exista suficiente capacidad para satisfacer toda la cantidad demandada al precio  $p_N$  (lo que ocurre en años “normales”) el problema no es visible. Pero cuando la cantidad de energía disponible es menor que la demandada es casi inevitable que el consumo se restringirá muy por encima o por debajo de lo eficiente, con errores probablemente considerables. Por lo tanto, es casi inevitable concluir que un sistema sujeto a un importante riesgo hidrológico debe contar con precios contingentes y flexibles en condiciones de sequía que le transmitan a los usuarios el costo de oportunidad de la energía. Se suele argumentar que los precios

---

<sup>15</sup>Para formarse una idea de los ordenes de magnitud envueltos es conveniente mencionar que en 1989 los déficit diarios eran del orden del 15% mientras que en 1999 eran del orden del 10%. Por lo tanto, un rango de 10% es extremadamente amplio.

<sup>16</sup>El costo de falla calculado para restricciones entre 0 y 10% es entre cinco y siete veces el precio de nudo. Por otro lado, el exceso de demanda durante la crisis era de alrededor de 10%. La elasticidad-precio de corto plazo de la demanda necesaria para eliminar ese déficit es de a lo más 0.02; según Chumacero et al. (1999) la elasticidad-precio de corto plazo de la demanda es alrededor de 0.1.

contingentes son “políticamente inviables” (sea lo que fuera lo que eso significa), a lo que caben dos observaciones. En primer lugar, el costo de los cortes es mayor que el costo de falla marginal y en la actualidad los usuarios los asumen; a juzgar por la crisis reciente, los “costos políticos” de los cortes no parecen bajos. Segundo, nótese que en principio nada impide que en años normales el precio sea fijo e independiente de la hidrología, porque entonces hay suficiente energía para satisfacer la cantidad demandada al precio fijo. Por lo tanto, no se requiere un precio contingente que refleje la escasez relativa de energía en cada una de las hidrologías posibles, sino únicamente cuando la cantidad de energía disponible no alcance a cubrir la demanda al precio fijo. Es sencillo demostrar que en ese caso *siempre* es óptimo asignar la energía disponible con un precio contingente.

Por último, la sustitución del costo de falla marginal por el costo de falla promedio también distorsiona las decisiones de inversión, porque  $E[v]_{v'}^{\bar{v}}$  poco o nada tiene que ver con  $c + \frac{f^t}{\pi}$ . Por contraste, si  $p_s$  fuera un precio de mercado que respondiese a cambios en  $\alpha K_h + K_t$  y  $D$  este problema no existiría. En efecto, en un modelo con un continuo de hidrologías secas el valor esperado de  $p_s$  y el costo de oportunidad de expandir la capacidad de reserva  $c + \frac{f^t}{\pi}$  coincidirían en equilibrio (en ese modelo  $\pi$  sería la frecuencia esperada con que funcionan las centrales de reserva). Este punto sugiere una perspectiva diferente de por qué es conceptualmente errado calcular el costo de falla promedio. En último término, en el equilibrio socialmente óptimo el costo de falla marginal es determinado fundamentalmente por las condiciones de oferta —el costo de operación de las centrales térmicas, su costo de capital y la frecuencia con que operan. La cantidad demandada en años secos simplemente se ajusta a ese precio haciendo coincidir el valor marginal de un kWh con el costo marginal de producirlo.

Toda la discusión precedente ha supuesto que operan las compensaciones a usuarios regulados, aunque de manera imperfecta. Sin embargo, el mecanismo de compensaciones rara vez ha operado. En la siguiente sección examinamos las consecuencias que no se paguen compensaciones.

## 5 Equilibrio sin compensaciones

En esta sección estudiamos las consecuencias de que no se paguen compensaciones. En lo que sigue será importante la siguiente definición:

**Definición 3** *Un generador es deficitario si sus compromisos contractuales son mayores que su capacidad de generación en año seco. Un generador es excedentario si sus compromisos contractuales son menores que su capacidad de generación en año seco.*

### 5.1 Asignación de energía en el corto plazo

En lo que sigue es fundamental distinguir entre empresas. Supondremos, sin pérdida de generalidad, que existen dos empresas eléctricas. Una fracción  $\zeta_1 \in [0, 1]$  de los contratos, tanto libres como regulados, son de la empresa 1 y una fracción  $\zeta_2 \in [0, 1]$  de los contratos son de la empresa 2

con  $\zeta_1 + \zeta_2 = 1$ . Adicionalmente, denotaremos por  $x_R$  y  $x_L$  las cantidades totales de energía contratadas por, respectivamente, clientes regulados y libres en un año normal. Suponemos que los contratos libres corresponden a los de un equilibrio competitivo del mercado de clientes libres (véase el lema 4.3), vale decir contemplan un precio y una multa por desconexión. Denotamos por  $x_j(v)$  la cantidad total contratada por clientes de tipo  $j$  cuya valoración es al menos  $v$ , con  $j \in \{R, L\}$ . Nótese que si la multa por desconexión se elige como en el lema 4.3,  $x_L(v) = (1 - \lambda) \int_v^{\bar{v}} f(s) ds$ . Además, supondremos que  $x_R + x_L(p_s) \geq (1 - \alpha)K_h + K_t$ , donde  $K_h$  y  $K_t$  son, respectivamente, las capacidades térmica e hidráulica; vale decir, en un año seco la energía contratada es mayor que la energía disponible aún si todos los clientes libres con valoración menor que el precio spot  $p_s$  son desconectados.. Nótese que nuestro análisis no supone que las cantidades  $x_R$ ,  $x_L$ ,  $K_h$  o  $K_t$  sean valores de equilibrio. Así, los resultados que deducimos a continuación son válidos para cualquier configuración de contratos y capacidades en año seco para las que  $x_R + x_L(p_s) \geq (1 - \alpha)K_h + K_t$ <sup>17</sup>. Por último, supondremos que para vender en el mercado spot es necesario servir antes todos los contratos con clientes regulados. Similarmente, cuando sea obligatorio comprar en el mercado spot se entenderá que sólo se puede evitar la compra si se cumple con todos los contratos regulados.

Comenzamos con las decisiones de los usuarios regulados. De las condiciones (7), (8) y (9) se pueden apreciar las consecuencias de que la indemnización se suspenda. En efecto, si  $\tau = 0$  entonces todos los consumidores con  $v \geq p_N$  demandarán un kWh en ambos estados, aunque no necesariamente todos serán servidos. Resumiendo,

**Resultado 5.1** *Si  $\tau = 0$  entonces todos los usuarios con  $v \geq p_N$  demandan un kWh.*

Nótese que el resultado 5.1 implica que  $x_R(v = p_N) = \lambda \int_{p_N}^{\bar{v}} f(v) dv$ . Por lo tanto, podemos suponer sin pérdida de generalidad que  $x_R = x_R(p_N)$ .

Supongamos ahora por un momento que sólo hay clientes regulados (es decir,  $\lambda = 1$ ) y que la energía disponible cuando el año es seco es  $(1 - \alpha)K_h + K_t$ . En ese caso, la suspensión de la compensación provoca un exceso de demanda que al menos es igual a  $D(p_N) - (1 - \alpha)K_h - K_t$  (puede ser mayor si acaso las transferencias entre generadores no ocurren). Más importante aún, como no existe un precio que asigne la energía disponible, ésta se racionará ineficientemente y ocurrirá una falla técnica de al menos  $D(p_N) = x_R > (1 - \alpha)K_h + K_t$ ; en ese caso nada garantiza que reciban energía los usuarios que más la valoran.

Ahora bien, si además existen clientes libres, la magnitud de la falla que afectará a los clientes regulados depende de cómo asignen las empresas su energía disponible entre ellos y los clientes libres. En general, la asignación no será simétrica, porque a un cliente regulado no es necesario compensarlo, mientras que a un cliente libre se le debe pagar una multa si se le desconecta. A continuación veremos que la decisión que tomará un generador depende de dos consideraciones.

---

<sup>17</sup>Es importante notar que el equilibrio competitivo cambia si todos anticipan que en años secos no se pagará compensación. Véase la siguiente sección.

Primero, si tiene suficiente energía como para que sea conveniente vender en el mercado spot. Segundo, si existe la obligación de comprar a costo de falla en el mercado spot toda la energía disponible o si las compras son voluntarias<sup>18</sup>. Para formalizar esta decisión en lo que sigue se denotará por  $E_i$  a la cantidad de energía que un generador produce en el año seco y  $V_i$  la que le suministra a sus clientes contratados con  $i \in \{1, 2\}$ .  $E_i \stackrel{>}{\equiv} V_i$  dependiendo si vende, no transa o compra en el mercado spot. Obviamente, las transferencias en el mercado spot, cuando ocurren, se hacen a precio  $p_s > p_n$ .

Por definición, sabemos que

$$(E_1 - V_1) + (E_2 - V_2) \equiv 0. \quad (10)$$

Por lo tanto, sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $E_1 - V_1 \geq 0$ , vale decir, el generador 1 nunca es deficitario ni el 2 excedentario. De la identidad (10) se desprende que en el corto plazo puede ocurrir ya sea que  $E_1 = V_1$  y  $E_2 = V_2$ , en cuyo caso no hay transferencias en el mercado spot; o bien que  $(E_1 - V_1) = -(E_2 - V_2) > 0$ , en cuyo caso 1 le vende a 2.

La siguientes proposiciones resumen la asignación de la energía que hace un generador entre clientes libres y regulados dependiendo si vende o no en el mercado spot.

**Proposición 5.2** *Sea  $p_s > p_N$ .*

(a) *Si el generador 1 decide vender en el mercado spot y existe obligación de compra a costo de falla entonces (i) primero sirve a todos los clientes regulados; (ii) sirve a todos los clientes libres con valoración  $v \geq p_s$ . (iii) desconecta a todos los clientes libres con valoración  $v < p_s$ .*

(b) *Si el generador 1 decide vender en el mercado spot pero no existe obligación de compra entonces (i) sirve a todos los clientes regulados; (ii) desconecta clientes libres con valoración  $v \in [\underline{v}, p_s)$  en orden ascendente hasta completar el monto que voluntariamente compra el generador 2.*

**Demostración.** Para vender en el mercado spot el generador 1 tiene la obligación de satisfacer sus contratos regulados. Más aún, de la demostración del lema 4.3 sabemos que conviene pagar la multa de desconexión si y sólo si  $v < p_s$  para vender en el mercado spot, de donde se desprenden (ii) y (iii) de la parte (a). La parte (b) de la proposición se sigue del hecho que las compras de 2 son voluntarias por hipótesis y que entonces es conveniente desconectar primero a los clientes libres con menor valoración.  $\square$

Cuando existe la obligación de comprar en el mercado spot el generador que decide vender tiene incentivos a desconectar clientes libres cuya valoración es menor que el precio spot. Por lo tanto, cuando  $p_s = \bar{p}_s$ , sus incentivos son exactamente iguales que cuando los consumidores

<sup>18</sup>A pesar que, en principio, la ley obliga a comprar en el mercado spot, un punto central de la controversia entre empresas durante la actual crisis eléctrica se refiere a si existe o no obligación de comprar en el mercado spot. Por ello, es conveniente analizar los incentivos en ambos casos, con y sin obligación de compra.

regulados son compensados. Sin embargo, a diferencia de cuando se compensa, a los usuarios regulados les entregará toda la energía contratada, porque éstos no disminuirán su consumo. Por otro lado, los incentivos de un generador que no vende en el mercado spot son muy distintos.

**Proposición 5.3** *Sea  $p_s > p_N$ . Si el generador  $i$  no vende en el mercado spot entonces (i) primero sirve a todos los clientes libres con  $v \geq p_N$  en orden decreciente de valoración; (ii) si le sobra, le entrega energía a clientes regulados; (iii) finalmente, si le sobra luego de haber servido a sus clientes regulados le entrega energía a clientes libres con valoración  $v < p_N$ .*

**Demostración.** Si el generador  $i$  no vende en el mercado spot, entonces asigna toda su energía disponible de modo de maximizar utilidades. Si le entrega un kWh a un cliente regulado en vez de entregárselo a un cliente libre obtiene  $p_N - [v - p_l(v)]$  y deja de recibir  $p_l$ . Si  $v \geq p_N$  entonces  $p_N - [v - p_l(v)] - p_l \leq 0$ . Por lo tanto, el generador  $i$  servirá primero a un cliente libre con  $v \geq p_N$ , luego a sus clientes regulados y, por último, si le sobra energía, a los clientes libres con  $v < p_N$ . Queda por demostrar que si se trata del generador 2 éste no prefiere servir a todos sus clientes libres de modo de comprar menos de lo que el generador 1 quiere vender en el mercado spot (por definición, el generador 1 no compra en el mercado spot). Ello es posible sólo si

$$E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)] > \zeta_2[x_R + x_L(p_s)] - E_2 \quad (11)$$

(el término de la derecha es la cantidad de energía que el generador 2 necesita comprar para satisfacer todos sus contratos regulados y con ello limitar sus compras). Pero la desigualdad (11) se satisface si y sólo si  $\alpha K_h + K_t > x_R + x_L(p_s)$ , lo que contradice el supuesto que  $\alpha K_h + K_t \leq x_R + x_L(p_s)$  en año seco.  $\square$

Por lo tanto, cuando un generador no vende en el mercado spot existe un claro orden de atención: primero los clientes libres que valoran el kWh en más que el precio de nudo; luego los clientes regulados, y por último, los clientes libres con valoración menor que el precio de nudo. Contrario a lo que ocurre cuando los usuarios regulados son compensados, en gran medida el ordenamiento es por tipo de cliente y no por orden de valoración.

Hasta el momento hemos caracterizado las decisiones de los generadores según si compran o no compran en el mercado spot. A continuación estudiamos la decisión de comprar y vender en el mercado spot. Comenzamos con la decisión de vender. ¿Qué determina si el generador 1 está dispuesto a vender en el mercado spot? La proposición 5.4 indica que esta decisión depende únicamente de  $E_1$ , la cantidad de energía disponible relativa a los montos contratados.

**Proposición 5.4** *Sea  $p_s > p_N$ . Existe  $\hat{E} \in (\zeta_1[x_R + x_L(p_s)], \zeta_1[x_R + x_L(p_N)])$  tal que: (i) para todo  $E_1 \geq \hat{E}$  el generador 1 vende  $E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]$  kWh en el mercado spot; (ii) para todo  $E_1 < \hat{E}$  el generador 1 no vende en el mercado spot.*



**Demostración.** Ver apéndice B.□

La proposición 5.4 indica que el generador 1 querrá vender energía en el mercado spot sólo cuando tenga suficiente para recuperar las pérdidas que causan las desconexiones de clientes libres hechas para venderle a clientes regulados. En otras palabras, no basta con que  $E_1 \geq \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]$  para que el generador ‘excedentario’ venda en el mercado spot porque cuando  $E_1 < \hat{E}$  al generador 1 le conviene dejar de servir a sus clientes regulados y traspasarle la energía a sus clientes libres con valoración  $v \geq p_N$ . Por otro lado, en tanto exista obligación de comprar a costo de falla el generador 2 siempre querrá comprar toda la energía disponible. (Es fácil demostrar que si  $E_1 \geq \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]$  entonces  $E_2 < \zeta_2[x_R + x_L(p_s)]$ ; por lo tanto, es imposible que ambos generadores quieran vender en el mercado spot y no se pierde generalidad al definir arbitrariamente que el generador 1 es quien vende en el mercado spot.) De la proposición 5.4 se sigue el siguiente corolario:

**Corolario 5.5** *Mientras menor es  $\zeta_1$  más probable es que el generador 1 esté dispuesto a vender en el mercado spot.*

Examinamos ahora las decisiones de compra del generador 2. Si existe obligación de compra, no tiene nada que decidir, y la cantidad depende de las decisiones del generador 1. Sin embargo, cuando no existe obligación de comprar, el generador 2 limitará sus compras:

**Proposición 5.6** *Si no existe obligación de comprar a costo de falla, el generador 2 comprará en el mercado spot sólo si  $E_2 < \zeta_2 x_L(p_s)$ .*

**Demostración.** Supóngase que  $E_2 \geq \zeta_2 x_L(p_s)$  y que el generador 2 compra en el mercado spot. De la proposición 5.3 se desprende que toda compra en el mercado spot irá para servir clientes libres con valoración  $v < p_s$  o bien a clientes regulados. Pero en ambos casos el generador 2 prefiere no servir a esos clientes porque  $v < p_s$ .□

En conclusión, existe un claro sesgo a no entregarle energía a clientes regulados cuando se suspenden las compensaciones. En segundo lugar, el generador 2 no tiene incentivos a comprar en el mercado spot para servir a clientes regulados. Por lo tanto, sólo lo hará si la ley lo obliga. Esto es cierto aún si tuviera que pagar únicamente el costo marginal de operación de las centrales térmicas, porque en la práctica  $c > p_N$ . Por el contrario, cuando se le obligaba a compensar a los clientes regulados, el costo alternativo de no hacerlo era  $p_s$ , por lo que tenía incentivos a comprar en el mercado spot y desconectar a clientes libres con  $v \in [p_n, p_s)$ .

Nótese que para demostrar las cuatro proposiciones precedentes no fue necesario especificar el mix hidráulico-térmico de cada generador. Esto sugiere que el comportamiento de un generador no depende de la composición de su parque, sino de si vende o no en el mercado spot. Por lo tanto, lo que importa es la política de contratos que elija la empresa, siendo irrelevante si es hidráulica o térmica. Esto lo resumimos en el siguiente resultado:

**Resultado 5.7** *Lo que determina los incentivos de una generadora es si le conviene o no vender en el mercado spot, no es su mix hidráulico-térmico.*

Para concluir esta sección analizaremos las implicancias sobre el bienestar y la asignación de recursos de las proposiciones precedentes. El cuadro 1 muestra que existen cuatro casos, dependiendo si existe o no obligación de comprar a costo de falla en el mercado spot y si en éste ocurren o no transacciones; y muestra condiciones suficientes para que cada uno de ellos ocurra. La siguiente proposición muestra que cuando no se transa en el mercado spot el resultado es el mismo desde el punto de vista de la asignación de recursos, independientemente de la razón que lleve a no transar.

**Proposición 5.8** *Si no se transa en el mercado spot, entonces (i) el generador  $i$  sirve clientes regulados sólo si  $E_i > \zeta_i x_L(p_N)$ ; (ii) siempre hay clientes regulados que son racionados; (iii) la asignación siempre es ineficiente.*

**Demostración.** La parte (i) es obvia porque las empresas que no venden en el mercado spot sólo sirven a clientes regulados si antes han servido a todos sus clientes libres. La parte (ii) se sigue de que no hay suficiente energía para servir a todos los clientes con valoración  $v \geq p_N$  y cada empresa sirve primero a sus clientes libres. Para demostrar (iii) basta con notar que el racionamiento de los clientes regulados es aleatorio. Por lo tanto, se racionan clientes de todas las valoraciones.  $\square$

La proposición 5.8 indica que cuando no se transa en el mercado spot, ya sea porque  $E_1 < \hat{E}$  o porque el generador 2 no tiene la obligación de comprar, cada generador prefiere servir a sus clientes libres y con ello se aumenta la magnitud de la falla que deben soportar los clientes regulados. La siguiente proposición analiza el caso en que ocurren transacciones en el mercado spot.

**Proposición 5.9** (a) *Si se transa en el mercado spot entonces: (i) los clientes regulados del generador 1 siempre son servidos y los clientes regulados del generador 2 siempre son racionados; (ii) la asignación siempre es ineficiente.*

(b) *Si existe obligación de comprar en el mercado spot a costo de falla entonces: (i) sólo reciben energía aquellos clientes libres con valoración  $v \geq p_s$ ; (ii) los clientes libres del generador 2 cuya valoración es  $v \in [p_N, p_s)$  reciben energía si y sólo si  $\alpha K_h + K_t > \zeta_1 x_R + x_L(p_s)$ .*

(c) *Si no existe obligación de comprar en el mercado spot a costo de falla entonces: (i) aquellos clientes libres del generador 1 cuya valoración es  $v \in [p_N, p_s)$  reciben energía si y sólo si  $\alpha K_h + K_t > \zeta_1 x_R + x_L(p_s)$ ; (ii) ningún cliente libre del generador 2 con valoración  $v \in [p_N, p_s)$  recibe energía.*

**Demostración.** La parte (a.i) de la proposición se sigue del hecho que el generador tiene que servir a todos sus clientes regulados para vender en el mercado spot mientras que el generador 2 no puede servir a todos sus clientes regulados porque  $E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)] < \zeta_2[x_R + x_L(p_N)]$ . La parte (a.ii)

se sigue del hecho que el racionamiento de clientes regulados es aleatorio. La parte (b.i) se sigue del hecho que cuando existe obligación de compra en el mercado spot y el precio es  $p_s$  al generador 1 le conviene pagar la multa por desconexión a todo cliente libre con valoración  $v < p_s$  pero no a un cliente con valoración mayor (véase el lema 4.3). La parte (b.ii) se sigue de notar que el generador 2 servirá clientes libres con valoración  $v < p_s$  si y sólo si  $E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)] > \zeta_2 x_L(p_s) - E_2$ , es decir, las ventas del generador 1 alcanzan a cubrir la diferencia entre los contratos libres del generador 2 con clientes con valoración  $v \geq p_s$  y la energía disponible. Similarmente, la parte (c.i) se sigue del hecho que el generador 1 servirá clientes libres con valoración  $v < p_s$  si y sólo si  $E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)] > \zeta_2 x_L(p_s) - E_2$  (la energía que tiene para vender el generador 1 es más que la que el generador 2 compra voluntariamente). Finalmente, la parte (c.ii) se sigue del hecho que cuando las compras en el mercado spot son voluntarias, el generador compra sólo para evitar pagarle compensaciones a clientes con valoración  $v \geq p_s$ .  $\square$

La proposición 5.9 indica que cuando se transa en el mercado spot se limita la magnitud de la falla que soportan los clientes regulados. Esto ocurre porque el generador 1 debe cumplir con todos sus contratos regulados antes de vender en el mercado spot y porque el generador 2 podría llegar a servir clientes regulados cuando existe obligación de comprar en el mercado spot. Es decir

**Resultado 5.10** *La obligación de compra limita la magnitud de la falla que soportan los clientes regulados.*

Los siguientes resultados resumen las implicancias de la proposiciones 5.8 y 5.9.

**Resultado 5.11** *Cuando  $\tau = 0$  los clientes regulados siempre son racionados y ocurre una falla técnica. Por lo tanto, la asignación de la energía entre clientes regulados es ineficiente.*

**Resultado 5.12** *Cuando  $\tau = 0$  reciben energía clientes libres cuya valoración es menor que la de algunos clientes regulados que son racionados. Por lo tanto, la asignación de energía entre clientes libres y regulados es ineficiente.*

**Resultado 5.13** *Cuando  $\tau = 0$  la asignación de recursos resultante es ineficiente aún si  $p_s = D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$ . La causa de la ineficiencia, es que los clientes regulados no internalizan el costo de oportunidad de la energía,  $D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$ .*

En conclusión, la suspensión de la compensación provoca una falla técnica, y conduce a que la asignación de la energía disponible en año seco sea ineficiente. La razón es que la compensación es uno de los precios del sistema; su inexistencia impide que los usuarios regulados internalicen el costo de oportunidad de la energía en años secos.

El análisis precedente indica que la asignación de recursos siempre es peor que la óptima cuando se suspenden las compensaciones, aún si el costo de falla se fija correctamente. Por eso, una

pregunta relevante es si acaso la obligación de comprar en el mercado spot mejora la asignación de recursos. La siguiente proposición indica para que eso ocurra es condición suficiente que toda la energía transferida se destine a servir a clientes regulados.

**Proposición 5.14** *Sea  $E_2 \geq \zeta_2 x_L(p_N)$  y suponer que  $E_1 \geq \hat{E}$ . Entonces la obligación de comprar en el mercado spot es eficiente y aumenta el bienestar de los usuarios.*

**Demostración.** Es sencillo demostrar que si  $E_2 \geq \zeta_2 x_L(p_N)$  entonces  $E_1 \geq \zeta_1 x_L(p_N)$ . Por lo tanto, si no existe obligación de compra cada generador le entrega cada kWh adicional a un cliente regulado o, si todos están servidos, a un cliente libre con valoración  $v \in [\underline{v}, p_N)$ . Además, si no se obliga a comprar en el mercado spot, entonces el generador 2 no comprará, porque pagaría  $p_s$  por cada kWh y se lo entregaría a usuarios regulados que pagan solamente  $p_N$ .

Cuando existe obligación de compra, el generador 1 desconectará a todos los clientes libres que servía cuando no existía obligación de vender en el mercado spot con valoración  $v \in [\underline{v}, p_s)$ . Es decir, la cantidad de energía liberada es  $\zeta_1[x_L(v') - x_L(p_s)] = \zeta_1(1 - \lambda) \int_{v'}^{p_s} f(v)dv$ , donde  $v'$  es la valoración del último cliente libre servido cuando no existe obligación de compra. El valor total de esa energía cuando la ocupan esos clientes libres es

$$\begin{aligned} & \zeta_1(1 - \lambda) \int_{p_N}^{p_s} f(v)v dv \\ &= \zeta_1(1 - \lambda)[F(p_s) - F(v')]E[v]_{v'}^{p_s} \\ &= \zeta_1[x_L(v') - x_L(p_s)]E[v]_{v'}^{p_s}, \end{aligned}$$

donde  $E[v]_{v'}^{p_s} \equiv \frac{1}{F(p_s) - F(v')} \int_{v'}^{p_s} f(v)v dv$  es la valoración promedio de los clientes libres que reciben energía cuando el generador 1 no vende al mercado spot. Esa energía sólo se entregará a clientes regulados, ya sea del generador 1 (cuando  $v' = p_N$ ) y del generador 2. En vista que el racionamiento de clientes regulados es parejo, la valoración esperada de un cliente regulado que recibe energía es  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}} = \frac{1}{F(\bar{v}) - F(p_N)} \int_{p_N}^{\bar{v}} f(v)v dv$ . Pero  $E[v]_{v'}^{p_s} < E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ , lo que completa la demostración.  $\square$

La proposición 5.14 indica que es probable que la obligación de compra en el mercado spot mejore la asignación de recursos, a pesar de que la suspensión desarma el sistema de precios. La intuición es que el racionamiento parejo de clientes regulados también restringe el consumo de clientes de alta valoración. En cambio, los clientes libres desconectados por el generador excedentario valoran el kWh en menos que  $p_s$ , el precio spot. Podría parecer curioso que traspasar energía de clientes libres a regulados siempre mejore el bienestar. Sin embargo, la paradoja no es tal porque cuando no existe obligación de compra se sirven clientes libres con valoración  $v \in [p_N, p_s)$ , quienes son desconectados cuando existe obligación de comprar en el mercado spot.

**Proposición 5.15** *Sea  $\zeta_2 x_L(p_N) \geq E_2$  y suponer que  $E_1 \geq \hat{E}$ . Entonces si existe obligación de comprar en el mercado spot el bienestar de los usuarios se maximiza cuando  $p_s = E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ .*

**Demostración.** El aumento en el bienestar cuando se obliga a comprar en el mercado spot es

$$\Delta \equiv \zeta_1(1 - \lambda)[F(p_s) - F(v')] \cdot \{E[v]_{p_N}^{\bar{v}} - E[v]_{v'}^{p_s}\}.$$

Un poco de álgebra muestra que

$$\frac{d\Delta}{dp_s} = \zeta_1(1 - \lambda)f(p_s)\{E[v]_{p_N}^{\bar{v}} - p_s\} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0$$

según  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} p_s$ . Además

$$\left. \frac{d^2\Delta}{dp_s^2} \right|_{E[v]_{p_N}^{\bar{v}} = p_s} = -\zeta_1(1 - \lambda)f(p_s) < 0.$$

□

La intuición de esta proposición es bastante simple. Si se aumenta  $p_s$  marginalmente el generador 1 desconectará en el margen a clientes libres con valoración  $p_s + \Delta p_s$ ; los consumidores regulados que reciban el kWh lo valoran en  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ . El bienestar aumenta si  $p_s + \Delta p_s < E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ .

Nótese que si se tomara una encuesta aleatoria de usuarios regulados entre quienes consumen en años normales y se les preguntara su valoración del kWh marginal, la esperanza de la respuesta sería  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ , el costo de falla promedio de clientes regulados (si no se compensa a los usuarios regulados, demandan energía en un año normal aquellos con valoración  $v \geq p_N$ ). La proposición 5.15 sugiere que si  $\tau = 0$  el bienestar se maximiza fijando  $p_s$  cercano a  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ . Por lo tanto, el costo de falla promedio es una señal adecuada para guiar las decisiones de desconexión del generador 1. La razón es que cuando  $\tau = 0$  y se cumplen las hipótesis de la proposición 5.14 el racionamiento de clientes regulados es aleatorio y parejo.

## 5.2 Decisiones de inversión cuando no se compensa

¿Qué ocurre con las decisiones de inversión cuando  $\tau = 0$ ? A continuación veremos que si no se compensa a los usuarios regulados y, ya sea, existe obligación de comprar en el mercado spot o los usuarios regulados pueden elegir con quien contratar (o, lo que es lo mismo, dictar la política de contratos de las distribuidoras), entonces en el equilibrio competitivo se sobredimensiona el sistema eléctrico y se le sesga hacia más generación térmica que la socialmente óptima. En esos casos, la consecuencia de que no existan compensaciones es que el sistema eléctrico termina siendo más seguro, aunque más ineficiente. Sin embargo, es improbable que este resultado caracterice adecuadamente al sistema eléctrico chileno, porque en él los usuarios no influyen la política de contratación de las distribuidoras ni tampoco es claro que la obligación de compra a costo de falla en el mercado spot sea legalmente exigible. Veremos que en ese caso la distribuidora puede favorecer a una generadora que se sobrecontrate y no compense cuando ocurre una sequía extrema

y el sistema eléctrico termina siendo más inseguro. En todo caso, el ejercicio que realizamos es eminentemente de largo plazo, vale decir, supone que existe tiempo suficiente para realizar todos los ajustes pertinentes al stock de capital.

En lo que sigue será conveniente definir  $\gamma \equiv \frac{T}{K_t}$ , la fracción de la capacidad térmica despachada en un año normal (recordemos que en el óptimo social  $\gamma = 0$ ). Comenzamos con el siguiente par de lemas que caracterizan el equilibrio de largo plazo.

**Lema 5.16** *Suponer que no existe obligación de comprar en el mercado spot. Si  $\tau = 0$  y los clientes regulados pueden elegir generador, entonces en equilibrio siempre contratarán con un generador que pueda garantizar sus contratos (vale decir, que en año seco tenga suficiente capacidad para cumplir con todos sus contratos).*

**Demostración.** Sea  $p_s > p_n$  en equilibrio y considerar un generador que contrata con clientes libres y regulados y no quiere vender en el mercado spot en un año seco. De la proposición 5.3 sabemos que los clientes regulados son racionados. Del lema 4.1 sabemos que cuando  $\tau = 0$  los clientes regulados cuya valoración es tal que  $v \geq p_N$  demandan un kWh en ambos estados. Luego, la utilidad esperada de contratar con un generador cuya política de contratos es tal que no tiene suficiente energía para cumplir con sus contratos regulados en un año seco es

$$\begin{aligned} & \pi q(v - p_N) + (1 - \pi)(v - p_N) \\ = & (1 - \pi + \pi q)(v - p_N), \end{aligned}$$

donde  $q$  es la probabilidad de recibir energía en racionamiento. Por otro lado, si un cliente regulado contrata con un generador con suficiente capacidad para satisfacer todos sus contratos en año seco, se sigue que siempre recibe energía y su utilidad esperada es

$$\begin{aligned} & \pi(v - p_N) + (1 - \pi)(v - p_N) \\ = & v - p_N, \end{aligned}$$

de donde se sigue el lema.  $\square$

El lema 5.16 muestra que cuando no se compensa los usuarios regulados tienen incentivos a contratar con un generador que puede garantizar el servicio a todo evento. La intuición es simple: un generador que puede hacerlo le da una utilidad esperada mayor a un usuario, porque no lo raciona en años secos<sup>19</sup>. Por lo tanto, si los usuarios regulados pudieran dictarle la política de contratos a sus distribuidoras, y anticiparan que las compensaciones no se pagarán, preferirán un generador seguro que sea capaz de respaldar sus consumos en todo evento. El siguiente lema

---

<sup>19</sup>Esto muestra, además, que el precio de nudo no basta para asegurar completamente a los usuarios regulados. El seguro debe estar respaldado con capacidad suficiente de generación.

muestra que si existe obligación de compra en el mercado spot se llega a un resultado similar, vale decir, el parque de generación se dimensiona de manera que siempre es posible satisfacer toda la demanda a precio de nudo.

**Lema 5.17** *Si  $\tau = 0$  y hay obligación de compra en el mercado spot, entonces en equilibrio  $K_h + \gamma K_t = \alpha K_h + K_t$  y  $p_n = p_s$ .*

**Demostración.** Sea  $x_R$  la cantidad demandada por clientes regulados en ambos estados. Suponer por contradicción que en equilibrio  $p_s > p_n$ . En ese caso, la planta marginal despachada en año normal es hidráulica y térmica en un año seco, luego  $p_s = \bar{p}_s$  y  $p_n = \bar{p}_n$  (sólo en ese caso obtendrán cero utilidades). Más aún, siempre se invertirá lo suficiente para que la cantidad demandada por clientes regulados,  $x_R$ , sea satisfecha en ambos estados, porque si no fuera así sería conveniente invertir en capacidad térmica y vender en el mercado spot en año seco a  $\bar{p}_s$  para que el generador contratado sea capaz de entregarle la energía contratada a sus clientes regulados. Ahora bien, cuando  $p_s = \bar{p}_s$  y  $p_n = \bar{p}_n$   $p_s > p_n$ , y entonces a todos los generadores les conviene desconectar clientes libres con valoración  $v \leq p_s$ . Sin embargo, en ese caso, al generador que esté comprando en el mercado spot le convendría desconectar a sus clientes regulados para entregarle energía a sus clientes libres con valoración  $v \in [p_N, p_s]$ . Luego,  $p_s > p_n$  no puede ocurrir en equilibrio. Más aún, en equilibrio tanto clientes libres como regulados deben consumir lo mismo tanto en años normales y secos, lo que completa la demostración.  $\square$

Estamos en condiciones de caracterizar el equilibrio competitivo cuando  $\tau = 0$ .

**Proposición 5.18** *Sea  $\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]} - f^t > c > \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1-\pi}$ ,  $p^h = \bar{p}_n$ ,  $p^t = c + \frac{f^t}{[\pi + \gamma(1-\pi)]}$  y  $\tau = 0$ . Supóngase, además, que ya sea (a) existe obligación de comprar en el mercado spot; o bien (b) los usuarios regulados eligen la empresa generadora con quien contratan.*

*Entonces  $p_n^* = p_s^* = \frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}$ ,  $[p_l^*, \tau_l^*] : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  como en el lema 4.3,  $x_n^* = x_s^* = D\left(\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}\right)$ ,  $K_h^* = \frac{1-\gamma^*}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$ ,  $K_t^* = \frac{1-\alpha}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$  y  $T^* = \frac{(1-\alpha)\gamma^*}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$  con  $\gamma^*$  tal que*

$$\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]} = c + \frac{f^t}{[\pi + \gamma^*(1-\pi)]} \quad (12)$$

*es un equilibrio competitivo del mercado eléctrico.*

**Demostración.** Si  $p_n^* = p_s^* = \frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}$  entonces  $p_N^* = \frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}$ . Del lema 4.1 sabemos que la cantidad demandada será igual a  $\lambda D\left(\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}\right)$  tanto en años normales como en secos. Del lema 4.3 sabemos que tanto en años secos como normales demandan un kWh todos los usuarios libres cuya valoración es  $v \geq \frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}$ , y que nunca son desconectados, ya que  $p_n^* = p_s^*$ . Por lo tanto, los clientes libres demandarán  $(1-\lambda)D\left(\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}\right)$  en ambos estados.

De lo anterior se desprende que la demanda agregada es  $D\left(\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}\right)$  tanto en año normal como en año seco. Es claro que esas cantidades pueden servirse si se invierte  $K_h^* = \frac{1-\gamma^*}{1-\alpha\gamma^*} \cdot x_n^*$  y  $K_t^* = \frac{1-\alpha}{1-\alpha\gamma^*} \cdot x_n^*$ , en cuyo caso el despacho será tal que en años normales y secos la central marginal será térmica.

Queda por demostrar que las generadoras maximizan utilidades y que éstas son iguales a cero. En vista que  $c > \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1-\pi}$ , se sigue que  $\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]} \in (c + \frac{f^t}{\pi}, c + f^t)$ , y por lo tanto  $\gamma^*$  definido por la condición (12) existe. Ahora bien, si el despacho es tal que tanto en un año normal como en un año seco la central marginal es térmica, entonces el precio de nudo es igual al costo marginal esperado. Luego, en vista del corolario 10 basta con mostrar que una empresa que vende al mercado spot obtendrá utilidades iguales a cero. Nótese que un generador hidráulico que vende en el mercado spot obtiene, en valor esperado,

$$\begin{aligned} (1-\pi)p^t + \pi\alpha p^t - f^h &= [1 - (1-\alpha)\pi]p^t - f^h \\ &= 0. \end{aligned}$$

Por su parte, un generador térmico obtiene, en valor esperado,

$$\begin{aligned} (1-\pi)\gamma^*(p^t - c) + \pi(p^t - c) - f^t &= [\pi + \gamma^*(1-\pi)](p^t - c) - f^t \\ &= [\pi + \gamma^*(1-\pi)] \left( c + \frac{f^t}{[\pi + \gamma^*(1-\pi)]} - c \right) - f^t \\ &= 0, \end{aligned}$$

lo que completa la demostración.  $\square$

Para entender la intuición de esta proposición recordemos que cuando  $\tau = 0$  la cantidad demandada por usuarios regulados en ambos estados es la misma. Luego, en un equilibrio competitivo del mercado eléctrico el consumo de los clientes regulados debe ser igual independientemente de la hidrología. Esto no puede ocurrir si  $p_s > p_N$  porque en ese caso se le entregaría energía a clientes regulados con valoración  $v \in [p_N, p_s)$  y se desconectarían clientes libres con valoración  $v \in [p_N, p_s)$ . Sin embargo, la proposición 5.9 (a.i) muestra que cuando  $p_s > p_N$  y  $\alpha K_h + K_t < x_R(p_N) + x_L(p_N)$  aquellos generadores que no venden en el mercado spot preferirán servir a sus clientes libres con valoración  $v \in [p_N, p_s)$  y racionar a sus clientes regulados a quienes no tienen que compensar. Si los usuarios regulados dictan la política de contratos a las distribuidoras, esto no puede ocurrir en equilibrio, como se vio en el lema 5.16. Alternativamente, si existe obligación de comprar en el mercado spot se sigue del lema 5.17 que algún generador invertiría en capacidad térmica para vender en el mercado spot de manera que se sirva el contrato regulado. Luego, en un equilibrio competitivo tiene que existir capacidad suficiente para servir sin cortes a todos los clientes con valoración  $v \geq p_N$  bajo toda hidrología, independientemente si son libres o regulados.



En nuestro modelo este resultado se puede alcanzar sólo si  $p_n = p_s = p_N$ <sup>20</sup>; pero lo fundamental no es que los precios spot sean los mismos independientemente de la hidrología, sino que siempre exista capacidad suficiente para servir toda la energía demanda a precio de nudo. Este resultado no es particular a este modelo e indica una implicancia más general y algo contraintuitiva, a saber que cuando se eliminan las compensaciones la respuesta de largo plazo del sistema es eliminar las fallas sobreinvirtiendo en seguridad. La razón es que cuando  $\tau = 0$  la cantidad demanda por clientes regulados es la misma y sólo con un sistema más seguro se podrán servir los contratos regulados sin cortes, condición necesaria para que exista un equilibrio competitivo en el mercado eléctrico.

Es claro que la asignación de recursos resultante cuando  $\tau = 0$  ya no es socialmente óptima. Los siguientes dos resultados indican la dirección de las distorsiones.

**Resultado 5.19** *En un año normal el consumo es menor que el óptimo; en año seco, mayor.*

**Resultado 5.20** *Se invierte menos que lo socialmente óptimo en capacidad hidráulica; pero más que lo socialmente óptimo en capacidad térmica*<sup>21</sup>.

Si tomamos como base de comparación la asignación socialmente óptima, ¿quién se beneficia con este mayor nivel de seguridad? La siguiente proposición contesta esta pregunta.

**Proposición 5.21** *El mayor nivel de seguridad (a) perjudica a los clientes con valoración  $v \in (\bar{p}_n, (1 - \alpha)p^t + \alpha\bar{p}_s)$ ; (b) favorece a los clientes con valoración  $v \in [(1 - \alpha)p^t + \alpha\bar{p}_s, \bar{v}]$ .*

**Demostración.** Si la asignación es socialmente óptima el excedente de un cliente con valoración  $v \in (\bar{p}_n, \bar{p}_s)$  es igual a  $(1 - \pi)(v - \bar{p}_n) > 0$ ; un cliente con valoración  $v \in [\bar{p}_s, \bar{v}]$  consume siempre un kWh, y por lo tanto su excedente es  $v - p_N > 0$ .

En el nuevo equilibrio,  $p_N = p^t = \frac{t^h}{[1 - (1 - \alpha)\pi]}$ . Por lo tanto, en ambos estados consumen todos los usuarios con valoración  $v \in [p^t, \bar{v}]$ ; el resto no consume. Se desprende inmediatamente que los usuarios con valoración  $v \in (\bar{p}_n, p^t)$ , quienes ahora no consumen, son perjudicados. Consideremos ahora a los usuarios con valoración  $v \in [p^t, (1 - \alpha)p^t + \alpha\bar{p}_s)$ . Su excedente ahora es  $v - p^t$ , pues consumen en ambos estados. En vista que en ambos casos el excedente crece linealmente con  $v$  pero a tasa menor cuando la asignación es socialmente óptima, y que  $(1 - \pi)(v - \bar{p}_n) > v - p^t = 0$  cuando  $v = p^t$ , basta con demostrar que  $(1 - \pi)(v - \bar{p}_n) = v - p^t$  cuando  $v = (1 - \alpha)p^t + \alpha\bar{p}_s$ , lo

<sup>20</sup>Es posible demostrar que este no es el único equilibrio competitivo. Existen otros en que sólo se invierte en capacidad térmica y que son más eficientes. Sin embargo, el equilibrio en que conviven centrales hidráulicas y térmicas es más realista considerando que en Chile existe un stock de centrales hidráulicas preexistente. En cualquier caso, las conclusiones aquí discutidas no cambian si se consideran equilibrios alternativos, porque en ellos siempre marginan centrales térmicas en todos los estados.

<sup>21</sup>La demostración de ambos resultados es la siguiente: nótese que  $p^t > \bar{p}_n$ , por lo que  $x_n^* < \bar{x}_n$ ; similarmente  $p^t < \bar{p}_s$ , por lo que  $x_s^* > \bar{x}_s$ . De lo anterior se sigue que  $K_h^* < x_n^* < \bar{x}_n = \bar{K}_h$  y que  $K_t^* > \bar{K}_t$  porque  $x_s^* < \bar{x}_s$  y  $\alpha K_h^* < \alpha \bar{K}_h$ .

que se sigue luego de una simple manipulación algebraica. Por lo mismo, se sigue que todo usuario con valoración  $v \in [(1 - \alpha)p^t + \alpha\bar{p}_s, \bar{p}_s)$  mejora. Por último, el cambio del excedente de los usuarios con valoración  $v \in [\bar{p}_s, \bar{v}]$  es igual a  $\bar{p}_N - p^t$ . Algo de álgebra muestra que esta diferencia es igual a  $(1 - \alpha)\pi[\bar{p}_s - p^t] > 0$ , lo que completa la demostración.  $\square$ .

Es decir, el mayor nivel de seguridad favorece a clientes de alta valoración y perjudica a quienes tienen baja valoración: únicamente quienes valoran más la energía están dispuestos a pagar lo que cuesta la mayor seguridad. Nótese que de la proposición 5.21 se desprende que  $\bar{p}_N > p^t$ , es decir el precio de nudo *cae* relativo al caso cuando se pagan compensaciones, lo que parecería contradecir el hecho que los usuarios con valoración menor dejan de consumir. Sin embargo, esto se explica porque cuando se compensa el precio de nudo incluye un pago por energía no servida la que se valora a costo de falla, lo que no ocurre cuando  $\tau = 0$ . Por lo tanto, si bien los consumidores pagaban antes un precio de nudo más alto, eran compensados con probabilidad  $\pi$ , lo que disminuía su pago neto esperado.

Ahora bien, todos los resultados anteriores se han deducido suponiendo ya sea que los usuarios regulados dictan la política de contratación a la distribuidora o bien existe obligación de comprar en el mercado spot. Sin embargo, ninguna de las dos hipótesis ocurre en la práctica: los usuarios no determinan la política de contratos de las distribuidoras que los sirven y durante la última crisis eléctrica no operó la obligación de pagar las compras en el mercado spot a costo de falla. La siguiente proposición indica que en esas circunstancias una generadora que no puede satisfacer todos sus contratos en año seco puede obtener utilidades mayores que cero en valor esperado si consigue un contrato con una distribuidora..

En lo que sigue es conveniente considerar una generadora que contrata el suministro de  $\eta \geq 0$  kWh a clientes regulados, los que respalda con un kW de capacidad instalada. Supondremos, además, que una fracción  $\phi \in [0, 1]$  de la capacidad de este generador es hidráulica. Así, el margen de sobrecontratación de la generadora en año normal es  $\eta - 1$ , mientras que en un año seco es  $\eta - [1 - (1 - \alpha)\phi]$ . El siguiente lema muestra que cuando  $\tau = 0$  un contrato a precio de nudo que se vende sobrecontratado deja utilidades en valor esperado.

**Lema 5.22** *Sea  $p_n = \bar{p}_n$  y  $p_s = \bar{p}_s$ . Entonces un contrato a precio de nudo por  $\eta$  kWh cuando la capacidad del generador es un kW,  $\phi$  de ellos hidráulicos, deja utilidades esperadas iguales a*

$$\pi(p_N - \bar{p}_n) [\eta - 1 + (1 - \alpha)\phi]. \quad (13)$$

**Demostración.** Si contrata  $\eta$  kWh a precio de nudo las utilidades esperadas del generador son iguales a

$$(1 - \pi) [\eta p_N - (\eta - \phi)\bar{p}_n] + \pi [\phi \alpha p_N + (1 - \phi)(p_N - c)] - \phi f^h - (1 - \phi)f^t. \quad (14)$$

El primer término son las ventas netas en un año normal, cuando todo lo contratado se sirve. Por contraste, en un año seco el generador suministra sólo lo que tiene, porque no tiene obligación ni de

compensar ni de comprar en el mercado spot; los ingresos netos son entonces  $\phi\alpha p_N + (1-\phi)(p_N - c)$ . Ahora bien, un poco de álgebra muestra que

$$(1 - \pi)(p_N - \bar{p}_n) + \pi(p_N - c) - f^t = 0$$

y

$$(1 - \pi)p_N + \pi[\alpha p_N - (1 - \alpha)(\bar{p}_s - p_N)] - f^h = 0.$$

Usando estas dos igualdades se sigue de un poco de álgebra que la expresión (14) se puede volver a escribir como

$$(1 - \pi)(\eta - 1)\pi(p_N - \bar{p}_n) + \pi\phi(1 - \alpha)(\bar{p}_s - p_N).$$

Finalmente, notando que  $p_N - \bar{p}_n = \pi(\bar{p}_s - \bar{p}_n)$  y  $\bar{p}_s - p_N = (1 - \pi)(\bar{p}_s - \bar{p}_n)$ , se sigue la expresión (13).  $\square$

La expresión (13) indica que cuando  $\tau = 0$  un contrato a precio de nudo deja utilidades, las que son crecientes en el coeficiente de sobrecontratación  $(\eta - 1)$  y en la fracción de generación hidráulica  $(\phi)$ . Tanto la sobrecontratación como la generación hidráulica permiten obtener utilidades mayores que cero porque el precio de nudo es mayor que el precio spot en años normales. Los kWh no suministrados en años secos  $(\eta - 1 + (1 - \alpha)\phi)$  reciben esa diferencia en años normales pero no la “devuelven” en años secos porque no se compensa ni compra en el mercado spot.

¿Qué consecuencias tiene esto sobre las decisiones de inversión? Un examen acucioso de esta pregunta requeriría modelar el comportamiento de las distribuidoras y la economía política de las fallas de energía. Sin embargo, es posible determinar la dirección de los sesgos. Nótese que, dada una potencia disponible en año normal, el incentivo a sobrecontratar es independiente del mix hidráulico-térmico del generador. Pero, además, mientras mayor es la potencia hidráulica del generador, mayores son las utilidades que dejan los contratos a precio de nudo. Por lo tanto, existe un sesgo hacia invertir en capacidad hidráulica. Este incentivo es moderado en la práctica porque las fallas muy grandes son intolerables y generan presiones políticas que fuerzan al deficitario a moderar su magnitud. Para concluir esta sección, enunciamos el resultado descrito.

**Corolario 5.23** *Cuando  $\tau = 0$ , no existe obligación de pagar las compras en el mercado spot a costo de falla y los usuarios regulados no dictan la política de contratos a las distribuidoras, existe un sesgo a invertir en capacidad hidráulica y a que ocurran cortes en años secos.*

## 6 El artículo 99° bis

Hasta su reciente modificación legal en junio de 1999 el artículo 99° bis de la ley eléctrica limitaba las compensaciones a los usuarios regulados cuando el año hidrológico fuera peor que el más seco

considerado en el cálculo del precio de nudo<sup>22</sup>. Como vimos en la sección 5, la limitación de las compensaciones deja incompleto al sistema de precios y causa varios problemas de asignación de recursos de corto plazo. Sin embargo, durante la crisis se argumentó frecuentemente que esta limitación se justificaba porque los usuarios regulados no han pagado por niveles de seguridad mayores que los considerados al fijar el precio de nudo<sup>23</sup>. En ese sentido, el equilibrio financiero de las empresas requeriría la limitación que contemplaba la ley. En esta sección analizamos críticamente ese argumento partiendo de la premisa que la limitación de las compensaciones se incluyó en la ley para corregir errores cometidos al calcular el precio de nudo. Mostramos que la lógica con que se justificó la limitación es incorrecta. Segundo, examinamos el efecto de los errores cometidos al calcular el precio de nudo sobre las decisiones de inversión. Tercero, analizamos la relación entre la limitación de las compensaciones y las transacciones del mercado spot.

## 6.1 ¿Es correcta la lógica que sustenta la limitación?

En esta subsección nos interesa responder la siguiente pregunta: ¿en qué medida la limitación de las compensaciones corrige el error de cálculo del precio de nudo y restituye el equilibrio financiero de las empresas?

### 6.1.1 Limitación de compensaciones y seguro

Para examinar la lógica del argumento suponemos que la inversión en centrales hidráulicas ( $K_h$ ) y térmicas ( $K_t$ ) es tal que en un año normal  $x_n = K_h$  y en un año seco  $x_s = K_t + \alpha K_h$ . Nótese que estas son cantidades arbitrarias y no necesariamente de equilibrio, por lo que nuestros resultados son generales. Los únicos supuestos importantes son que en años normales la central marginal es hidráulica y que en años secos se despachan todas las centrales térmicas. Adicionalmente, el precio de nudo se ha calculado con una hidrología  $\beta$  que es menos seca que la hidrología verdadera,  $\alpha$  (es decir,  $\beta > \alpha$ )<sup>24</sup>. En ese caso, una central hidráulica es marginal en años normales y el precio de nudo es igual a

$$p_N(\beta) \equiv (1 - \pi)p_n(\beta) + \pi\bar{p}_s$$

---

<sup>22</sup>“Para el cálculo de los déficit originados en situaciones de sequía no podrán utilizarse aportes de generación hidroeléctrica que correspondan a años hidrológicos más secos que aquellos utilizados en el cálculo de los precios de nudo. Asimismo, si una sequía durara más de un año hidrológico, el máximo déficit que los generadores están obligados a pagar estará limitado al déficit que se calcule para el primer año hidrológico de la sequía, considerando una hidrología igual a la del año más seco utilizado en el cálculo de los precios de nudo. Por año hidrológico se entiende un período de 12 meses comenzando en abril.”

<sup>23</sup>Para una justificación de este argumento véase Bernstein y Agurto (1992, p. 301) y Raineri y Ríos (1998, pp.15-17).

<sup>24</sup>Es claro que esta asignación no es un equilibrio competitivo en el mercado eléctrico, por lo que este ejercicio tiene fines únicamente ilustrativos.

donde  $p_n(\beta) \equiv \frac{f^h - \beta(\pi \cdot c + f^t)}{1 - \pi} < \bar{p}_n$ . Adicionalmente, suponemos que los precios spot son determinados según  $p^h = \bar{p}_n$  y  $p^t = \bar{p}_s$ . Vale decir, si bien el precio de nudo se calcula con la hidrología equivocada, los errores no se traspasan a los precios spot. Este supuesto es apropiado porque en la práctica el precio de nudo no afecta el costo marginal declarado de las centrales; más aún, los errores de la información hidrológica utilizada para calcular el precio de nudo tampoco afectan el despacho de las centrales, porque éste es determinado por las hidrologías efectivas<sup>25,26</sup>. Por último, para simplificar la discusión partimos suponiendo que sólo hay clientes regulados (es decir,  $\lambda = 1$ ).

La siguiente proposición calcula las pérdidas agregadas de las empresas eléctricas cuando se ocupa una hidrología más húmeda que la correcta para calcular el precio de nudo. Este resultado será útil más adelante.

**Proposición 6.1** *Sea  $p_N(\beta)$  el precio de nudo,  $\tau(\beta) = \bar{p}_s - p_N(\beta)$  la compensación por energía no suministrada,  $p^h = \bar{p}_n$ ,  $p^t = \bar{p}_s$  y  $\bar{p}_N \equiv (1 - \pi)\bar{p}_n + \pi\bar{p}_s$ . Suponer además que  $x_n = K_h$  y  $x_s = K_t + \alpha K_h$ . Entonces las pérdidas agregadas de las empresas son iguales a  $[p_N(\beta) - \bar{p}_N]K_h$ .*

**Demostración.** En vista que  $x_n = K_h$  y  $x_s = K_t + \alpha K_h$  los ingresos netos de las empresas eléctricas son

$$(1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n]K_h + \pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s](\alpha K_h + K_t) - \pi\tau(\beta)[(1 - \alpha)K_h - K_t]. \quad (15)$$

El primer término de la expresión (15) representa a los ingresos netos esperados en un año normal. El segundo término representa los ingresos netos esperados por ventas en un años seco. Por último, el tercer término indica el monto de las compensaciones que se le deben pagar a los usuarios que restringen su consumo en años secos. Notando que  $\tau(\beta) = \bar{p}_s - p_N(\beta)$  y reordenando se obtiene que la expresión (15) es igual a

$$(1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n]K_h + \pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s]K_h,$$

de donde se sigue el resultado notando que  $\bar{p}_N \equiv (1 - \pi)\bar{p}_n + \pi\bar{p}_s$ .  $\square$

La proposición 6.1 indica que cuando los precios de nudo son calculados sobrestimando la cantidad de agua disponible en años secos, las empresas obtienen pérdidas. Sin embargo, contrario a lo que supone la justificación en boga de la limitación incluida en el artículo 99° bis, estas pérdidas no se deben únicamente a que las compensaciones impuestas por la ley sean excesivas.

<sup>25</sup>La planificación de corto plazo de la operación se hace con el modelo OMSIC el cual se simula con las 40 hidrologías consideradas para calcular el precio de nudo. Sin embargo, el nivel de los embalses y la generación de las centrales de pasada se hace con la hidrología efectiva.

<sup>26</sup>Por supuesto, la composición del parque de generación depende del precio de nudo. Por lo tanto, los errores de cálculo afectarán el despacho efectivo a través de la composición del parque. Véase la siguiente subsección.

Para apreciarlo, es conveniente volver a escribir la expresión (15) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\text{Pérdidas} &= \{(1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n] + \pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s]\} \cdot (\alpha K_h + K_t) \\
&+ \{(1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n] + \pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s]\} \cdot [(1 - \alpha)K_h - K_t] \\
&= [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot (\alpha K_h + K_t) \\
&+ [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot [(1 - \alpha)K_h - K_t]
\end{aligned} \tag{16}$$

donde hemos usado nuevamente el hecho que  $\tau(\beta) = \bar{p}_s - p_N(\beta)$ . El primer término corresponde a las pérdidas por suministrar  $\alpha K_h + K_t$  kWh a todo evento (área 1 en la figura 4). El segundo término corresponde a las pérdidas por pagar compensaciones que no son cubiertas totalmente por el precio de nudo (área 2 en la figura 2). Esto sugiere el siguiente resultado:

**Resultado 6.2** *Cuando el precio de nudo se calcula suponiendo hidrologías más húmedas que las verdaderas y no se limitan las compensaciones, las empresas pierden tanto porque la energía suministrada se paga a menos de su costo esperado como también porque las compensaciones son excesivas.*

El resultado 6.2 es muy importante, porque indica que el cálculo erróneo del precio de nudo no sólo impone pérdidas a las empresas deficitarias que deben compensar a los usuarios regulados sino que a *todas* las empresas que venden energía a precio de nudo y por cada kWh de energía que venden. La razón es bastante simple después de todo: los errores de cálculo afectan a toda la energía valorada a precios de nudo, sea ésta suministrada o no. Es decir

**Resultado 6.3** *Si las compensaciones no se limitan, todo contrato a precio de nudo deja pérdidas, independientemente si el generador es deficitario o excedentario, o si su parque es hidráulico o térmico.*

De la discusión precedente se sigue, por lo tanto, que la limitación de las compensaciones que contemplaba la ley es, a lo más, un remedio parcial del problema de fondo, cual es que el precio de nudo subestima el costo esperado de la energía. Para apreciarlo, nuevamente es conveniente volver a escribir la expresión (16), esta vez como

$$\begin{aligned}
\text{Pérdidas} &= [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot (\alpha K_h + K_t) \\
&+ [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot [(1 - \beta)K_h + K_t] \\
&+ \{(1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n] + \pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s]\} \cdot (\beta - \alpha)K_h,
\end{aligned} \tag{17}$$

en que hemos descompuesto la pérdida esperada debida a compensaciones excesivas. El segundo término corresponde a la pérdida esperada debida a la compensación por la energía que no se hubiera suministrado en año seco de haber ocurrido la hidrología supuesta en el cálculo de los

precios de nudo ( $\beta$ ) (área 3 en la figura 5). El tercer término corresponde a la pérdida esperada debida a la compensación por la energía que no se suministra en año seco, pero que no aparecía disponible en el cálculo de los precios de nudo,  $(\beta - \alpha)K_h$ .

Ahora bien, el artículo 99° bis eximía de compensar por la energía no contemplada en el cálculo del precio de nudo. En el caso analizado, esto equivale a no pagar  $[p_N(\beta) - \bar{p}_s](\beta - \alpha)K_h$  kWh no suministrados en un año seco, lo que implicaría que las pérdidas de las empresas se reducen a

$$\begin{aligned}
& [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot (\alpha K_h + K_t) \\
& + [p_N(\beta) - \bar{p}_N] \cdot [(1 - \beta)K_h - K_t] \\
& + (1 - \pi)[p_N(\beta) - \bar{p}_n] \cdot (\beta - \alpha)K_h \\
= & -\pi(\beta - \alpha)p_N(\beta)K_h < 0.
\end{aligned} \tag{18}$$

Los dos primeros términos de la primera igualdad en la ecuación (18) son idénticos a los que ya aparecían en la ecuación (17). Sin embargo, del tercer término se eliminó el valor esperado de la compensación por las unidades de energía que no están disponibles cuando la hidrología es peor que la considerada en el cálculo de los precios de nudo,  $\pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s](\beta - \alpha)K_h$ . De la expresión (18) se desprende inmediatamente que:

**Resultado 6.4** *La limitación de la compensación no restaura el equilibrio financiero del sistema eléctrico.*

**Resultado 6.5** *Si las empresas invierten tal como en el equilibrio competitivo cuando los precios se calculan correctamente, entonces pierden plata. Por lo tanto, la asignación socialmente óptima no puede ser un equilibrio competitivo del mercado eléctrico si el precio de nudo se calcula equivocadamente.*

El resultado 6.5 muestra que la limitación de la compensación en caso que ocurran hidrologías peores que las consideradas en el cálculo de los precios de nudo no son adecuadas para corregir el error de cálculo de los precios de nudo. Por lo tanto, la única forma en que las empresas pueden alcanzar el equilibrio financiero es cambiando sus decisiones de inversión, lo que estudiamos en la subsección 6.2. En conclusión, la lógica que subyace la limitación es incorrecta.

Se ha argumentado que la limitación de la compensación es análoga a cláusulas estándar en contratos de seguros, las que limitan el monto o el tipo de los siniestros cubiertos. Por ejemplo, los seguros automotrices típicamente limitan el monto que la compañía pagará por daños a terceros o excluye ciertos siniestros del contrato—v.g. el seguro cubre contra choques pero no las pérdidas debidas a una guerra. Sin embargo, el análisis precedente muestra que esta analogía es incorrecta. En efecto, en el caso de los seguros automotrices nada impide que la prima que se paga por los montos o tipos de siniestros cubiertos sea calculada correctamente: si se calcula equivocadamente la

prima por pérdidas debidas a una guerra nada impide calcular correctamente la prima por choques. Por contraste, en el caso analizado en este trabajo se calcula incorrectamente la prima *por toda la energía*, sea esta suministrada o no<sup>27</sup>. Como se vio, la exclusión de las hidrologías peores que la más seca considerada en el cálculo de los precios de nudo no es suficiente para corregir el error.

### 6.1.2 Asignación entre empresas

Hasta ahora hemos analizado el problema desde el punto de vista del conjunto de las empresas eléctricas. Un aspecto adicional que debemos tratar es cómo se debería repartir entre las empresas eléctricas la disminución de las pérdidas que supone la limitación de la compensación. En general, se ha supuesto que este beneficio le corresponde a las empresas con centrales hidráulicas que resulten deficitarias, porque éstas serían las afectadas cuando ocurre una sequía<sup>28,29</sup>. Sin embargo, y contrariamente a lo que podría parecer a primera vista, el resultado 6.3 y la lógica detrás del cálculo de los precios de nudo sugiere que esta asignación es equivocada, por cuanto los errores debidos a hidrologías incorrectas le imponen pérdidas a toda empresa que venda a precio de nudo, independientemente de su mix hidráulico-térmico. Partiendo de la premisa que la limitación de la compensación se incluyó en la ley porque los usuarios pagan un precio de nudo menor que el correcto, la limitación de la compensación debería, en principio, beneficiar a cada kWh suministrado a precio de nudo en igual proporción. A continuación mostramos que esto implica que la limitación de la compensación debería dividirse entre las empresas generadoras a prorrata de sus contratos regulados a precio de nudo, sin considerar si un generador es hidráulico o térmico. Es necesario tener en cuenta que el ejercicio que presentamos supone que las empresas no cambian sus decisiones de inversión por las pérdidas debidas al cálculo erróneo del precio de nudo. En ese sentido, su propósito no es predecir el comportamiento de las empresas sino mostrar que la limitación de las compensaciones no es efectiva para corregir los errores cometidos al calcular el precio de nudo. Como ya se dijo, el ajuste

de las decisiones de inversión se examina en la subsección 6.2.

En lo que sigue supondremos que existen sólo dos empresas eléctricas,  $\mathcal{H}$ , que es dueña de toda la capacidad hidráulica,  $K_h$  y  $\mathcal{T}$  que es dueña de toda la capacidad térmica,  $K_t$ . En vista que  $\lambda = 1$  (todos los clientes son regulados), supondremos que los clientes regulados han contratado un total de  $K_h$  kWh y que una fracción  $\zeta_{\mathcal{H}} \in [0, 1]$  de los contratos son de la empresa  $\mathcal{H}$  y una fracción  $\zeta_{\mathcal{T}} \in [0, 1]$  de los contratos son de la empresa  $\mathcal{T}$  con  $\zeta_{\mathcal{H}} + \zeta_{\mathcal{T}} = 1$ . Estos supuestos se adoptan únicamente para simplificar el álgebra, y no limitan la generalidad de los resultados que deduciremos. El siguiente lema será útil para demostrar el principal resultado de esta subsección.

<sup>27</sup>Esto se aprecia claramente en el artículo 275 del nuevo reglamento eléctrico.

<sup>28</sup>Por ejemplo, esto es precisamente lo que hace los decretos de racionamiento dictados en noviembre de 1998 y abril de 1999, los que dictan que los déficit de abastecimiento de las empresas con generadoras hidráulicas deben ser calculados suponiendo que la hidrología es la del año 1968-1969.

<sup>29</sup>Este argumento ha sido desarrollado por Raineri y Ríos (1998, pp. 15-17).



Indica que cuando no se limitan las compensaciones las pérdidas se reparten entre las empresas a prorrata de sus contratos a precio de nudo.

**Lema 6.6** *Sea  $p_N(\beta)$  el precio de nudo,  $\tau(\beta) = \bar{p}_s - p_N(\beta)$  la compensación por energía no suministrada,  $p^h = \bar{p}_n$  y  $p^t = \bar{p}_s$ . Supóngase además que  $x_n = K_h$  y  $x_s = K_t + \alpha K_h$ . Por último, supóngase que del total de contratos  $K_h$  la empresa  $\mathcal{H}$  acumula una fracción  $\zeta_{\mathcal{H}} \in [0, 1]$ , la empresa  $\mathcal{T}$  acumula una fracción  $\zeta_{\mathcal{T}} \in [0, 1]$ , con  $\zeta_{\mathcal{H}} + \zeta_{\mathcal{T}} = 1$  y que las compensaciones no se limitan. Entonces cada empresa pierde  $[p_N(\beta) - \bar{p}_N]\zeta_i K_h$ , con  $i \in \{\mathcal{H}, \mathcal{T}\}$ .*

**Demostración.** Ver apéndice C.  $\square$

De las ecuaciones (17) y (18) sabemos que cuando se limitan las compensaciones las pérdidas del conjunto de las empresas eléctricas disminuyen en  $\pi[p_N(\beta) - \bar{p}_s](\beta - \alpha)K_h$  en valor esperado. Sin embargo, existen muchas maneras de asignar ese alivio. La siguiente proposición resume el principal resultado de esta sección.

**Proposición 6.7** *Sea  $p_N(\beta)$  el precio de nudo,  $\tau(\beta) = \bar{p}_s - p_N(\beta)$  la compensación por energía no suministrada,  $p^h = \bar{p}_n$  y  $p^t = \bar{p}_s$ . Supóngase además que  $x_n = K_h$  y  $x_s = K_t + \alpha K_h$ . Por último, supóngase que del total de contratos  $K_h$  la empresa  $\mathcal{H}$  acumula una fracción  $\zeta_{\mathcal{H}} \in [0, 1]$  y la empresa  $\mathcal{T}$  acumula una fracción  $\zeta_{\mathcal{T}} \in [0, 1]$ , con  $\zeta_{\mathcal{H}} + \zeta_{\mathcal{T}} = 1$ . Entonces cada empresa pierde lo mismo por kWh suministrado a precio de nudo si y sólo si a la empresa  $i$  se le exige de compensar por  $\zeta_i(\beta - \alpha)K_h$  kWh, con  $i \in \{\mathcal{H}, \mathcal{T}\}$ .*

**Demostración.** Sea  $\theta_i \in [0, 1]$  (con  $\theta_{\mathcal{H}} + \theta_{\mathcal{T}} = 1$ ) la fracción de la limitación de las compensaciones que le corresponde al generador  $i$  con  $\theta_{\mathcal{H}} + \theta_{\mathcal{T}} = 1$ . Usando el lema 6.6, se sigue que las pérdidas totales de  $i$  por ventas a precio de nudo ascienden a

$$[\bar{p}_N - p_N(\beta)]\zeta_i K_h - \theta_i \pi [\bar{p}_s - p_N(\beta)](\beta - \alpha)K_h.$$

Por lo tanto, la pérdidas por kWh contratado a precio de nudo son

$$[\bar{p}_N - p_N(\beta)] - \frac{\theta_i}{\zeta_i} \pi (\beta - \alpha) [\bar{p}_s - p_N(\beta)]. \quad (19)$$

En vista que  $\zeta_{\mathcal{H}} + \zeta_{\mathcal{T}} = \theta_{\mathcal{H}} + \theta_{\mathcal{T}} = 1$ ,

$$\frac{\theta_{\mathcal{H}}}{\zeta_{\mathcal{H}}} = \frac{\theta_{\mathcal{T}}}{\zeta_{\mathcal{T}}}$$

si y sólo si  $\zeta_i = \theta_i$ , que es lo que se quería demostrar.  $\square$

Es interesante notar que para establecer la proposición 6.7 no fue necesario definir si el generador era excedentario o deficitario. Nuevamente, la razón es que el error de cálculo afecta a cada uno de los kWh contratados a precio de nudo. Esta lógica tiene al menos dos implicancias algo sorprendentes, las que examinamos a continuación.

**Resultado 6.8** *Aun si un generador es excedentario, las pérdidas por kWh contratado a precio de nudo serán iguales sólo si el generador deficitario le paga parte de la limitación de compensaciones al generador excedentario.*

En otras palabras, igualar la pérdida por kWh contratado a precio de nudo puede requerir de una transferencia de un generador deficitario a uno excedentario cuando ocurre una sequía.

**Resultado 6.9** *Aún si  $\mathcal{T}$  es deficitario y  $\mathcal{H}$  es excedentario, las pérdidas por kWh contratado a precio de nudo serán iguales sólo si se limita la compensación de  $\mathcal{T}$ .*

A primera vista podría parecer contradictorio que una empresa térmica deficitaria pudiera alegar que no puede cumplir sus contratos porque una empresa hidráulica no tiene suficiente agua. Sin embargo, la contradicción no es tal cuando se considera que al calcular el precio de nudo se supuso que las empresas eléctricas *en su conjunto* tendrían disponible esa cantidad de energía, la que podría ser comprada por las empresas deficitarias en el mercado spot. En otras palabras, el cálculo de los precios de nudo supone que opera un mercado spot donde la energía total disponible determina los precios y en que el costo de oportunidad de la energía, por condiciones elementales de arbitraje, es el mismo para *todo* generador, independientemente de la composición de su parque o si es excedentario o deficitario. La única forma en que las empresas igualarían sus pérdidas por kWh vendido a precio de nudo es que se repartan a prorrata de sus contratos a precio de nudo la limitación de la compensación.

## 6.2 Decisiones de inversión

El análisis precedente demostró que la limitación de las compensaciones no evita las pérdidas si las empresas invierten tal como en el óptimo social. Luego, esta asignación de recursos no puede ser un equilibrio competitivo. Si las empresas así lo entienden, cambiarán sus decisiones de inversión y con ello se modificarán tanto el despacho simulado para calcular el precio de nudo (el parque de centrales usado para correr el modelo es distinto) así como también el despacho efectivo. En el nuevo equilibrio las empresas seguirán teniendo cero utilidades, pero la asignación de recursos resultante no será eficiente. A continuación analizamos las decisiones de inversión cuando el precio de nudo se calcula con información hidrológica equivocada. Nuevamente, este ejercicio es de largo plazo.

Cuando se calcula el precio de nudo con hidrológicas más húmedas que las efectivas el despacho simulado sobrestimaré la frecuencia con que centrales hidráulicas dan el costo marginal del sistema. Por lo tanto, el precio de nudo subestimaré sistemáticamente el costo

marginal esperado del sistema porque éstas centrales generan a menor costo que las térmicas. Por otro lado, el error cometido en el cálculo del precio de nudo no afectará al mercado spot, porque el despacho se hace con las hidrológicas efectivas. Ahora bien, es clave notar que si bien los

parámetros con que se calcula el precio de nudo son determinados por el regulador, el modelo se simula *dado* el parque de centrales existente<sup>30</sup>. Esto permite que las decisiones de inversión de las empresas cambien la composición del parque y con ello el despacho, tanto simulado como el efectivo. En particular, si se sobrestima sistemáticamente la cantidad de agua disponible en los distintos estados, la composición del parque cambiará de modo que las centrales térmicas marginarán más frecuentemente. Así, una vez que se ajusten las decisiones de inversión el precio de nudo será calculado únicamente con los costos de las centrales térmicas, corrigiéndose el error a que conducen las hidrologías equivocadas. En un mercado competitivo estos ajustes llevarán a que las empresas alcancen nuevamente el equilibrio financiero, a pesar de que, obviamente, la asignación de recursos resultante ya no replicará a la socialmente óptima. La siguiente proposición formaliza las intuiciones descritas.

**Proposición 6.10** *Sea  $\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]} - f^t > c > \frac{f^h - \alpha(\pi \cdot c + f^t)}{1-\pi}$ ,  $p^h = \bar{p}_n$ ,  $p^t = c + \frac{f^t}{[\pi + \gamma(1-\pi)]}$ ,  $\tau(\beta) = p_s - p_N(\beta)$  y supóngase que el precio de nudo se computa con  $p_n(\beta)$  si en algún estado la central marginal es hidráulica. Entonces  $p_n^* = p_s^* = \frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}$ ,  $[p_l^*, \tau_l^*] : [\underline{y}, \bar{v}] \rightarrow \mathbb{R}^2$  como en el lema 4.3,  $x_n^* = x_s^* = D\left(\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]}\right)$ ,  $K_h^* = \frac{1-\gamma^*}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$ ,  $K_t^* = \frac{1-\alpha}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$  y  $T^* = \frac{(1-\alpha)\gamma^*}{1-\alpha\gamma^*}x_n^*$  con  $\gamma^*$  tal que*

$$\frac{f^h}{[1-(1-\alpha)\pi]} = c + \frac{f^t}{[\pi + \gamma^*(1-\pi)]} \quad (20)$$

*es un equilibrio competitivo del mercado eléctrico.*

**Demostración.** Véase la demostración de la proposición 5.18.  $\square$

Los “números” del equilibrio competitivo descrito en la proposición 6.10 son los mismos que los de la proposición 5.18. Sin embargo, la intuición del resultado es distinta. En primer lugar, nótese que las centrales térmicas dan el precio spot en ambos estados a pesar que siguen operando las compensaciones a clientes regulados. Esto ocurre porque cuando el precio de nudo se calcula con la hidrología incorrecta la única forma de corregir el error es marginando con centrales térmicas en ambos estados. De esta forma, las ventas a clientes regulados ya no dejan pérdidas. En este modelo en que sólo hay dos hidrologías posibles las centrales térmicas siempre dan el precio spot, porque de lo contrario no se podría corregir el error introducido por sobreestimar la cantidad de agua disponible en años secos. Pero en un modelo más general con múltiples hidrologías, se apreciaría que las centrales térmicas dan el precio spot con mayor frecuencia, aunque no necesariamente todo el tiempo. De lo anterior se desprende que

**Resultado 6.11** *Para cautelar el equilibrio financiero de las empresas no es necesario que la ley limite las compensaciones cuando ocurran hidrologías peores que las consideradas para calcular el precio de nudo. Sólo se requiere una regla clara y sistemática de cálculo del precio de nudo.*

<sup>30</sup>Es decir, el parque es una variable de estado.

En la mayoría de los casos las razones que se han dado para justificar este tipo de cláusulas ignoran que las empresas ajustarán sus decisiones de inversión. Por supuesto, incluir información errada en el cálculo del precio de nudo no es inocuo, porque si bien en equilibrio las empresas no pierden plata, la asignación de recursos ya no es socialmente óptima. Repetimos los resultados 5.19 y 5.20, los que indican la dirección de las distorsiones.

**Resultado 6.12** *En un año normal el consumo es menor que el óptimo; en año seco, mayor.*

**Resultado 6.13** *Se invierte menos que lo socialmente óptimo en capacidad hidráulica; pero más que lo socialmente óptimo en capacidad térmica.*

Los resultados 6.12 y 6.13 podrían sugerir que en este caso se invierte más en centrales térmicas porque el cálculo del precio de nudo “castiga” a las centrales hidráulicas, pero esto sólo es parcialmente correcto. Como lo indica el resultado 6.3, cuando el precio de nudo se calcula con información hidrológica equivocada *todos* los generadores contratados a precio de nudo pierden, sean éstos hidráulicos o térmicos. La razón de fondo es que el costo alternativo de servir un contrato con clientes regulados es determinado por los precios del mercado spot y esto para cualquier tipo de generador, porque los tres mercados —libre, spot y regulado— están completamente arbitrados en equilibrio. Sin embargo, en este modelo restaurar el equilibrio financiero requiere que se invierta menos en capacidad hidráulica, de modo que sean las centrales térmicas las que determinen el precio spot.

Un aspecto interesante de la proposición 6.10 es que ya no ocurren fallas—el consumo es igual en ambos estados. Nuevamente, este resultado extremo se debe a que el modelo supone que existen únicamente dos hidrologías; pero la dirección de los resultados sería la misma en un modelo con múltiples hidrologías—el consumo fluctuaría menos—simplemente porque el sistema descansa en más generación térmica. No obstante, y contrario al caso en que  $\tau = 0$ , en este caso la mayor seguridad no es condición fundamental para que exista un equilibrio. En efecto, la razón por qué las centrales térmicas marginan es que sólo de esa manera se puede evitar calcular equivocadamente el precio de nudo; sólo por añadidura ocurre que las centrales térmicas son más seguras. Sin embargo, si las centrales térmicas también estuvieran sujetas a fallas, y en tanto  $\tau = p_s - p_N$ , se observarían años en que se pagan compensaciones sin que esto destruya el equilibrio. Por contraste, esto no podría haber ocurrido en el caso descrito por la proposición 5.18, porque cuando  $\tau = 0$  es condición necesaria para que exista el equilibrio el que exista suficiente energía para cumplir con los contratos en todos los estados.

Por último, si tomamos como base de comparación la asignación socialmente óptima, se desprende de la proposición 5.21 que la mayor seguridad beneficia a clientes con valoración alta y perjudica a clientes con valoración baja.

### 6.3 Transferencias entre generadores y limitación de compensaciones

Una de las principales polémicas surgidas durante la actual crisis eléctrica se refiere a si la limitación de las compensaciones a usuarios regulados debiera haber llevado a modificar la regla de determinación de las transferencias de energía entre generadores y a limitar la obligación de compra en el mercado spot. En ese sentido, los generadores deficitarios argumentaron que el precio spot debía determinarse simulando el despacho efectivo con la hidrología de 1968-1969 porque el precio de nudo se había calculado con aquella. En la misma línea argumentaron que no debía existir obligación de compra en el mercado spot para cubrir déficit de energía que sobrepasaran los que hubieran ocurrido con la hidrología de 1968-1969 porque esa energía se destinaría a servir clientes regulados a quienes la misma ley eximía de compensar. Este argumento supone que los clientes regulados no pagaron por esa energía. En esta subsección analizamos estos argumentos a la luz de nuestro análisis precedente.

#### 6.3.1 El precio de transferencia

En la subsección 6.1 mostramos que si el precio de nudo se calcula con hidrologías erradas y las empresas no ajustan sus decisiones de inversión, todas aquellas que vendan en el mercado regulado obtendrán pérdidas por esas ventas. Estas pérdidas se deben a que el despacho efectivo se hace con la hidrología verdadera que es menos húmeda que la supuesta al simular el modelo GOL para calcular el precio de nudo. Bajo esas circunstancias es claro que el precio spot esperado es mayor que el precio de nudo. Sin embargo, si el precio spot se fija simulando el despacho efectivo con la peor hidrología considerada al calcular el precio de nudo (la de 1968-1969 durante la crisis) se le traspara parte de la pérdida a los generadores que venden en el mercado spot. Este traspaso es difícil de justificar porque la decisión de contratar a precio de nudo es libre mientras que el despacho es obligatorio una vez que una empresa tomó la decisión de entrar al SIC. Más aún, como se vio en la subsección 6.1, las pérdidas por calcular el precio de nudo con hidrologías erradas perjudica a toda empresa que vende en el mercado regulado independientemente de su mix hidráulico térmico o si es excedentaria o deficitaria. Sin embargo, el traspaso de parte de la pérdida a las empresas que venden en el mercado spot beneficia únicamente a las empresas que compran en el mercado spot.

Ahora bien, lo anterior implica que es razonable pensar que las decisiones de inversión se ajustarán si el precio de nudo se calcula con información hidrológica errada. Como vimos en la subsección anterior, este ajuste se hará de modo que éste el precio de nudo refleje, a pesar de todo, los costos marginales esperados efectivos. En ese caso, las condiciones de arbitraje entre mercados implican que los contratos a precio de nudo no dejan pérdidas. Sin embargo, si en años secos se cambian las reglas que se usan para determinar el precio spot y este cambio de reglas ocurre después que se tomen las decisiones de inversión, se le impondrían pérdidas a los generadores que venden en el mercado spot. Más aún estas pérdidas serían a beneficio de las empresas deficitarias, las que

obtendrían utilidades.

### 6.3.2 La obligación de compra

El argumento según el cual la limitación de las compensaciones a los usuarios regulados limita también la obligación de compra en el mercado spot se sostiene sobre la premisa que se perjudica a las empresas que generan con agua cuando se calcula el precio de nudo con información hidrológica errónea. En este trabajo hemos mostrado que esa premisa es equivocada. Una razón adicional por la que la limitación de compra no parece razonable es que según la ley las compensaciones a usuarios regulados se limitaban sólo cuando ocurre un déficit de abastecimiento *a nivel del sistema* y no de empresas individuales<sup>31</sup>. Por lo tanto, en tanto no ocurra un déficit agregado, las empresas deficitarias están obligadas a servir sus contratos comprando en el mercado spot aún si ocurre una sequía peor

que la hidrología más seca considerada al calcular los precios de nudo. Por extensión, el déficit que soporten los usuarios regulados no puede ser mayor que el déficit del sistema, lo que implica que los generadores deficitarios deben comprar toda la energía disponible en el mercado spot, aún si ocurre una hidrología peor que la más seca considerada en el precio de nudo.

Se podría argumentar que si se obliga a comprar todo lo disponible en el mercado spot podría ocurrir que alguna empresa sobreinvierta en capacidad y que el resto de las empresas asumieran parte del costo de esa sobreinversión<sup>32</sup>. Sin embargo la ley dejó al arbitrio de las empresas tanto las decisiones de inversión como la de contratar a precio de nudo. Por lo mismo, la regla de cálculo del precio de nudo y la del despacho de centrales considera el parque existente una variable de estado, es decir, toma las decisiones de los generadores como un dato sin cuestionar por qué se tomaron. Por lo mismo, toda empresa que ingresa al SIC asume el riesgo que otras sobreinviertan.

### 6.3.3 Eficiencia, costo de falla y obligación de compra a costo de falla

Al margen de lo que diga la ley es relevante preguntarse si la obligación de comprar a costo de falla hubiera mejorado el bienestar. Durante la crisis los generadores deficitarios continuaron sirviendo parte de sus contratos regulados. La proposición 5.14 indica que cuando la energía que compran los generadores deficitarios se destina a clientes regulados la obligación de compra mejora el bienestar. Por lo tanto, la obligación de compra a costo de falla promedio aumenta el bienestar a pesar que cuando se limitan las compensaciones el sistema de precios no opera adecuadamente. Más

---

<sup>31</sup>El artículo 99° bis dice al comenzar que: “De producirse déficit de generación eléctrica derivados de fallas prolongadas de centrales termoeléctricas o bien de sequías ...”; vale decir, nada de lo que sigue en el artículo se aplica si no existe previamente déficit agregado.

<sup>32</sup>Recuérdese que la asignación socialmente óptima es tal que el consumo en año seco es menor que en año normal. Por lo tanto, es posible que se sobreinvierta y simultáneamente la cantidad de energía disponible en año seco sea menor que en un año normal.

aún, de acuerdo a la proposición 5.15, el bienestar se maximiza cuando  $p_s$  es cercano a  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ , aproximadamente el costo de falla promedio estimado a partir de encuestas a usuarios. Por lo tanto, el costo de falla promedio, es, en principio, la medida correcta para valorar las transacciones en el mercado spot.

Esto último puede parecer sorprendente en vista que hemos insistido que para asignar óptimamente la energía se requiere que su precio en situaciones de sequía sea igual a  $D^{-1}(\alpha K_h + K_t)$ , la valoración del último consumidor que recibiría energía si ésta se asignara eficientemente. Sin embargo, cuando opera todo el sistema de precios y la asignación es óptima no ocurren cortes. Si, por el contrario, el sistema de precios no opera porque se limitan las compensaciones, entonces ocurren cortes y, como lo señala la proposición 5.8, los clientes regulados quedan terceros en el orden de atención. Al relajarse la falla en el mercado regulado en un kWh y asignarse aleatoriamente entre usuarios se incrementa el bienestar en  $E[v]_{p_N}^{\bar{v}}$ , porque los racionamientos son, *grosso modo*, parejos. Por lo tanto, el costo de falla promedio debería determinar las decisiones de desconexión de clientes libres.

En la práctica, durante la crisis el despacho obligatorio implicó que los generadores excedentarios entregaron energía a pesar de que, por diversas razones, las transacciones en el mercado spot se hicieron sin conocer a qué precio se pagarían<sup>33</sup>. Sin embargo, que el precio de transferencia se desconociera sugiere que los generadores excedentarios desconectaron a menos clientes libres que lo socialmente conveniente. Así, es probable que el costo y el racionamiento que han tenido que soportar los usuarios regulados por cortes parejos sea mayor que el que se les hubiera impuesto si las transacciones en el mercado spot se hubieran hecho a costo de falla promedio.

## 7 Comentarios finales

En este trabajo hemos usado un modelo formal simple para estudiar los

incentivos de corto y largo plazo que imponía la ley eléctrica chilena vigente durante la reciente crisis. Esta formalización permite analizar y aclarar una serie de controversias y confusiones conceptuales frecuentes sobre el sistema de precios chileno. Por ejemplo, muestra que la limitación de las compensaciones a usuarios regulados contenida en el artículo 99° bis vigente fue un serio error y que la justificación conceptual que se le había dado no era correcta. Sin embargo, más allá de las circunstancias particulares de la reciente crisis, el análisis que presentamos en este trabajo muestra que es posible examinar rigurosamente la consistencia de las disposiciones de la ley, lo que es particularmente importante en vista de las próximas modificaciones que se le harán. Las consecuencias inesperadas del artículo 99° bis durante la reciente crisis indican que no hacer un análisis de este tipo puede ser muy costoso.

---

<sup>33</sup>Para más detalles véase Díaz, Galetovic y Soto (1999).

## Referencias

- [1] Bernstein, S., “Racionamiento eléctrico: causas y posibles soluciones”, *Puntos de Referencia*, N° 209. Santiago: Centro de Estudios Públicos, 1999.
- [2] Bernstein, S. y R. Agurto, “Use of Outage Cost for Electricity Pricing in Chile,” *Utilities Policy*, 299-302, 1992.
- [3] Coase, R., “The Problem of Social Cost”, *Journal of Law and Economics* **3**, 1-44, 1960.
- [4] Chumacero, R., R. Paredes y J.M. Sánchez, “Los costos de la crisis eléctrica en Chile: una propuesta para enfrentarla”, mimeo, Departamento de Economía, Universidad de Chile, 1999.
- [5] Díaz, C., A. Galetovic y R. Soto, “La crisis eléctrica de 1998-99: causas, consecuencias y lecciones”, manuscrito en preparación, 1999.
- [6] Fierro, G., y P. Serra, “Un modelo de estimacion del costo de falla: el caso de Chile”, *Cuadernos de Economía* **30**, 247-259, 1993.
- [7] Raineri, R. y S. Ríos, “Costo de falla y precios para valorizar las transferencias de energía en el CDEC”, mimeo, DICTUC, 1998.
- [8] Serra, P., “Energy Pricing under Uncertain Supply”, *Energy Economics* **19**, 209-223, 1997.



# Apéndice

## A Demostración del lema 4.4

Sean  $p^h$  y  $p^t$  los costos marginales térmicos e hidráulicos con  $p^h < p^t$ . Distinguímos tres casos: (i)  $p_n = p_s = p^h$ ; (ii)  $p_n = p_s = p^t$ ; (iii)  $p_n = p^h$  y  $p_s = p^t$ .

**Caso 1** En vista que  $p_n = p_s = p^h = p_N$ , no es conveniente desconectar a un cliente libre en años secos (véase el lema 4.3). Por otro lado, los clientes regulados con valoración  $v \geq p_N$  consumen un kWh en ambos estados. Por lo tanto, los contratos libres y regulados rinden los mismos ingresos.

Consideramos primero el caso de un generador hidráulico que es despachado con probabilidad  $\gamma_n^h$  en año normal y  $\gamma_s^h$  en año seco. Si vende al spot obtiene  $\gamma_n^h(1-\pi)p^h + \gamma_s^h\pi\alpha p^h - f^h = [\gamma_n^h - \pi(\gamma_n^h - \gamma_s^h\alpha)]p^h - f^h$ . Si vende al mercado regulado o al libre obtiene  $(1-\pi)[p_N - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[p_N - \gamma_s^h(1-\alpha)p^h - (1-\gamma_n^h)p^h] - f^h = [\gamma_n^h - \pi(\gamma_n^h - \gamma_s^h\alpha)]p^h - f^h$  porque  $p_N = p^h$ .

Por otro lado, un generador térmico nunca es despachado y por lo tanto no vende en el mercado spot. Si compra para servir contratos libres o regulados, obtiene  $(1-\pi)(p_N - p^h) + \pi(p_N - p^h) - f^t = -f^t$ .

**Caso 2** Nuevamente, en vista que  $p_n = p_s = p^t = p_N$ , no es conveniente desconectar a un cliente libre en años secos (véase el lema 4.3). Por otro lado, los clientes regulados con valoración  $v \geq p_N$  consumen un kWh en ambos estados. Por lo tanto, los contratos libres y regulados rinden los mismos ingresos.

Ahora bien, el generador hidráulico es despachado en ambos estados. Por analogía al caso 1, si vende en el mercado spot sus ingresos son iguales a  $(1-\pi)p^t - \pi(1-\alpha)p^t - f^h = [1-\pi(1-\alpha)]p^t - f^h$ . Por otro lado si vende al mercado regulado o al libre sus ingresos son  $(1-\pi)p_N + \pi[p_N - (1-\alpha)p^t] - f^h = [1-\pi(1-\alpha)]p^t - f^h$ .

Por su parte, el generador térmico es despachado con probabilidad  $\gamma_n^t$  en año normal y  $\gamma_s^t$  en año seco. Si vende al mercado spot obtiene  $\gamma_n^t(1-\pi)(p^t - c) + \gamma_s^t\pi(p^t - c) - f^t = [\gamma_n^t(1-\pi) + \gamma_s^t\pi][p^t - c] - f^t$ . Si vende al mercado regulado o al libre obtiene  $(1-\pi)[p_N - \gamma_n^t c - (1-\gamma_n^t)p^t] + \pi[p_N - \gamma_s^t c - (1-\gamma_n^t)p^t] - f^t = [\gamma_n^t(1-\pi) + \gamma_s^t\pi][p^t - c] - f^t$ .

**Caso 3** En vista que  $p_n = p^h < p^t = p_s$  se tiene que  $p_N = (1-\pi)p^h + \pi p^t$ . Se sigue, además, que en un año normal demandan energía todos los clientes regulados y libres con valoración  $v \in [p_n, \bar{v}]$ ; en un año seco dejan de consumir todos aquellos clientes regulados con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  y son compensados en  $\tau = p_s - p_N$ ; también son

desconectados todos los clientes regulados con valoración  $v \in [p_n, p_s)$ , a quienes se les pagan multas por desconexión de acuerdo al lema 4.3.

Consideremos primero el caso de un generador hidráulico que es despachado con probabilidad  $\gamma_n^h$  en un año normal y probabilidad 1 en año seco. Si vende al mercado spot obtiene  $(1-\pi)\gamma_n^h p^h + \pi\alpha p^t - f^h$ . Si vende a un cliente regulado o libre con valoración  $v \in [p_s, \bar{v}]$  obtiene  $(1-\pi)[p_N - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[p_N - (1-\alpha)p^t] - f^h = (1-\pi)\gamma_n^h p^h + \pi\alpha p^t - f^h$ . Si vende a un cliente regulado con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  obtiene  $(1-\pi)[p_N - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[\alpha p^t - \tau] - f^h = (1-\pi)[p_N - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[p_N - (1-\alpha)p^t] - f^h = (1-\pi)\gamma_n^h p^h + \pi\alpha p^t - f^h$ . Por último, si le vende a un cliente libre con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  obtiene  $(1-\pi)[p_i(v) - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[\alpha p^t - \tau(v)] - f^h = (1-\pi)[p_i(v) - (1-\gamma_n^h)p^h] + \pi[\alpha p^t - v + p_i(v)] - f^h = (1-\pi)\gamma_n^h p^h + \pi\alpha p^t - f^h$ .

Consideremos ahora el caso de un generador térmico que no es despachado en un año normal y es despachado con probabilidad  $\gamma_s^t$  en un año seco. Si vende al mercado spot obtiene  $\pi\gamma_s^t(p^t - c) - f^t$ . Si vende a un cliente regulado o libre con valoración  $v \in [p_s, \bar{v}]$  obtiene  $(1-\pi)[p_N - p^h] + \pi[p_N - \gamma_s^t c - (1-\gamma_s^t)p^t] - f^t = \pi\gamma_s^t(p^t - c) - f^t$ . Si vende a un cliente regulado con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  obtiene  $(1-\pi)[p_N - p^h] + \pi[\gamma_s^t(p^t - c) - \tau] - f^t = (1-\pi)[p_N - p^h] + \pi[p_N - \gamma_s^t c - (1-\gamma_s^t)p^t] - f^t = \pi\gamma_s^t(p^t - c) - f^t$ . Por último, si le vende a un cliente libre con valoración  $v \in [p_n, p_s)$  obtiene  $(1-\pi)[p_i(v) - p^h] + \pi[\gamma_s^t(p^t - c) - \tau(v)] - f^h = (1-\pi)[p_i(v) - p^h] + \pi[\gamma_s^t(p^t - c) - v + p_i(v)] - f^h = \pi\gamma_s^t(p^t - c) - f^t$ .  $\square$

## B Demostración de la proposición 5.4

El generador 1 tiene dos alternativas: vender en el mercado spot, para lo que tiene que servir íntegramente a sus clientes regulados; o no vender y servir primero a clientes libres con valoración  $v \geq p_N$ . Si vende en el mercado spot obtiene

$$\zeta_1[x_R + x_L(p_s)]p_N + \{E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]\}p_s - \zeta_1 \int_{p_n}^{p_N} (1-\lambda)f(v)[v - p_i(v)]dv. \quad (21)$$

El primer término son las ventas a clientes regulados y libres con valoración  $v \geq p_s$ , el segundo, las ventas al mercado spot y el tercero las multas por desconectar clientes libres con valoración  $v \in [p_n, p_s)$ .

Si no vende en el mercado spot, es necesario distinguir el caso cuando sirve únicamente a clientes libres pues no tiene energía suficiente para más (la condición necesaria y suficiente para eso es que  $x_L(p_N) - x_L(p_s) > x_R$ ), del caso cuando le alcanza para servir al menos algunos clientes regulados (la condición necesaria y suficiente para eso es que  $x_L(p_N) - x_L(p_s) \leq x_R$ ).

**Caso 1** En el primer caso los ingresos son

$$\zeta_1 x_L(p_s) p_N + \zeta_1 \int_{v'}^{p_s} (1 - \lambda) f(v) p_i(v) dv - \zeta_1 \int_{p_n}^{v'} (1 - \lambda) f(v) [v - p_i(v)] dv, \quad (22)$$

donde  $v'$  es la valoración del último cliente libre que recibe energía. Restando (22) de (21) obtenemos luego de algo de álgebra que la diferencia de ingresos entre vender y no vender en el mercado spot es

$$\begin{aligned} & \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} p_s - \zeta_1 \int_{v'}^{p_s} (1 - \lambda) f(v) v dv + \zeta_1 x_R p_N \\ &= \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} p_s - \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)] + \zeta_1 x_R\} E[v]_{v'}^{p_s} + \zeta_1 x_R p_N, \\ &= \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} \cdot \{p_s - E[v]_{v'}^{p_s}\} - \zeta_1 x_R \{E[v]_{v'}^{p_s} - p_N\} \end{aligned} \quad (23)$$

donde  $E[v]_{v'}^{p_s}$  es la valoración promedio de los clientes libres que reciben energía cuando el generador 1 no vende al mercado spot y hemos utilizado el hecho que  $E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)] + \zeta_1 x_R$  es la energía que reciben estos clientes. El primer término de la segunda igualdad es positivo; el segundo también, porque  $E[v]_{v'}^{p_s} > p_N$ .

Ahora bien, si  $E_1 = \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]$ , entonces la expresión (23) es claramente negativa. Por otro lado, si  $E_1 = \zeta_1 [x_R + x_L(p_N)]$  la expresión (23) queda como

$$\begin{aligned} & \zeta_1 [x_L(p_N) - x_L(p_s)] \cdot \{p_s - E[v]_{v'}^{p_s}\} - \zeta_1 x_R \cdot \{E[v]_{p_N}^{p_s} - p_N\} \\ &> \zeta_1 x_R \cdot \{p_s - E[v]_{v'}^{p_s}\} - \zeta_1 x_R \cdot \{E[v]_{p_N}^{p_s} - p_N\} \\ &= \zeta_1 x_R [p_s + p_N] > 0. \end{aligned}$$

donde la desigualdad se sigue del hecho que  $x_L(p_N) - x_L(p_s) > x_R$  por hipótesis. Por último, la expresión (23) es creciente y continua en  $E_1$ : el primer término es creciente en  $E_1$  y el segundo decreciente, porque  $v'$  cae cuando aumenta  $E_1$  lo que hace caer  $E[v]_{v'}^{p_s}$ . Por lo tanto, si  $x_L(p_N) - x_L(p_s) \leq x_R$  existe  $\widehat{E} \in (\zeta_1 [x_R + x_L(p_s)], \zeta_1 [x_R + x_L(p_N)])$  tal que (i) para todo  $E_1 \geq \widehat{E}$  el generador 1 vende  $E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]$  kWh en el mercado spot; (ii) para todo  $E_1 < \widehat{E}$  el generador 1 no vende en el mercado spot y queda definido por

$$\{\widehat{E} - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} \cdot \{p_s - E[v]_{v'(\widehat{E})}^{p_s}\} - \zeta_1 x_R \cdot \{E[v]_{v'(\widehat{E})}^{p_s} - p_N\} \equiv 0.$$

**Caso 2** En el segundo caso el generador vende al menos algo en el mercado regulado y sus ingresos son

$$\zeta_1 x_L(p_s) p_N + \zeta_1 \int_{p_N}^{p_s} (1 - \lambda) f(v) p_i(v) dv - \zeta_1 \int_{p_n}^{p_N} (1 - \lambda) f(v) [v - p_i(v)] dv + [E_1 - \zeta_1 x_L(p_N)] p_N \quad (24)$$

Restando (24) de (21) obtenemos luego de algo de álgebra que la diferencia de ingresos entre vender y no vender en el mercado spot es

$$\begin{aligned} & \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} [p_s - p_N] - \zeta_1 \int_{p_N}^{p_s} (1 - \lambda) f(v) v dv + \zeta_1 [x_L(p_N) - x_L(p_s)] p_N \\ &= \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} [p_s - p_N] - \zeta_1 [x_L(p_N) - x_L(p_s)] E[v]_{p_N}^{p_s} + \zeta_1 [x_L(p_N) - x_L(p_s)] p_N, \\ &= \{E_1 - \zeta_1 [x_R + x_L(p_s)]\} [p_s - p_N] - \zeta_1 [x_L(p_N) - x_L(p_s)] \{E[v]_{p_N}^{p_s} - p_N\}, \end{aligned} \quad (25)$$

donde hemos considerado que por hipótesis se le entrega energía a todos los clientes libres con valoración  $v \in [p_N, p_s)$  cuando no se vende en el mercado spot. Nuevamente, el primer término de la segunda igualdad es positivo; el segundo también, porque  $E[v]_{p_N}^{p_s} > p_N$ .

Ahora bien, si  $E_1 = \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]$ , entonces (25) es claramente negativo. Por otro lado, si  $E_1 = \zeta_1[x_R + x_L(p_N)]$  la expresión (25) queda como

$$\begin{aligned} & \zeta_1[x_L(p_N) - x_L(p_s)]\{p_s - p_N\} - \zeta_1[x_L(p_N) - x_L(p_s)]\{E[v]_{p_N}^{p_s} - p_N\}, \\ & = \zeta_1[x_L(p_N) - x_L(p_s)]\{p_s - E[v]_{p_N}^{p_s} + 2p_N\} > 0. \end{aligned}$$

Por último, la expresión (25) es creciente y continua en  $E_1$ . Por lo tanto, si  $x_L(p_N) - x_L(p_s) > x_R$  existe  $\widehat{E} \in (\zeta_1[x_R + x_L(p_s)], \zeta_1[x_R + x_L(p_N)])$  tal que (i) para todo  $E_1 \geq \widehat{E}$  el generador 1 vende  $E_1 - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]$  kWh en el mercado spot; (ii) para todo  $E_1 < \widehat{E}$  el generador 1 no vende en el mercado spot y queda definido por

$$\{\widehat{E} - \zeta_1[x_R + x_L(p_s)]\}(p_s - p_N) - \zeta_1[x_L(p_N) - x_L(p_s)]\{E[v]_{p_N}^{p_s} - p_N\} \equiv 0.$$

□

## C Demostración del lema 6.6

Consideremos primero a la empresa  $\mathcal{H}$ . En un año normal vende  $\zeta_{\mathcal{H}}K_h$  kWh a precio de nudo y  $(1 - \zeta_{\mathcal{H}})K_h = \zeta_{\mathcal{T}}K_h$  kWh en el mercado spot a precio  $\overline{p}_n$ . Por lo tanto, sus ingresos son iguales a

$$\zeta_{\mathcal{H}}K_h p_N(\beta) + (1 - \zeta_{\mathcal{H}})K_h \overline{p}_n.$$

En un año seco, es necesario distinguir tres casos: (i)  $\zeta_{\mathcal{H}} \in [0, \alpha]$ ; (ii)  $\zeta_{\mathcal{H}} \in (\alpha, 1 - \frac{K_t}{K_h}]$ ; (iii)  $\zeta_{\mathcal{H}} \in (1 - \frac{K_t}{K_h}, 1]$ . En el caso (i)  $\mathcal{H}$  vende  $\zeta_{\mathcal{H}}K_h$  kWh a precio de nudo y  $(\alpha - \zeta_{\mathcal{H}})K_h$  kWh en el mercado spot a precio  $\overline{p}_s$ . Por lo tanto, sus ingresos son iguales a

$$\zeta_{\mathcal{H}}K_h p_N(\beta) + (\alpha - \zeta_{\mathcal{H}})K_h \overline{p}_n.$$

En el caso (ii)  $\mathcal{H}$  vende  $\alpha K_h$  kWh a precio de nudo y compensa a los usuarios por  $(\zeta_{\mathcal{H}} - \alpha)K_h$  kWh no suministrados (nótese que si  $\zeta_{\mathcal{H}} \in (\alpha, 1 - \frac{K_t}{K_h}]$  entonces  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h - K_t > 0$  y  $\mathcal{T}$  no vende en el mercado spot). Por lo tanto, los ingresos de  $\mathcal{H}$  son iguales a

$$\alpha K_h p_N(\beta) - (\zeta_{\mathcal{H}} - \alpha)K_h \tau(\beta).$$

Por último, en el caso (iii)  $\mathcal{H}$  compra  $K_t - \zeta_{\mathcal{T}}K_h = K_t - (1 - \zeta_{\mathcal{H}})K_h$  en el mercado spot, vende  $\alpha K_h + K_t - (1 - \zeta_{\mathcal{H}})K_h = K_t - (1 - \zeta_{\mathcal{H}} - \alpha)K_h$  a precio de nudo y compensa a los usuarios por  $(1 - \alpha)K_h - K_t$  kWh no suministrados. Por lo tanto, los ingresos de  $\mathcal{H}$  son iguales a

$$[K_t - (1 - \zeta_{\mathcal{H}} - \alpha)K_h]p_N(\beta) - [K_t - (1 - \zeta_{\mathcal{H}})K_h]\overline{p}_s - [(1 - \alpha)K_h - K_t]\tau(\beta).$$

Considerando que el costo de capital de  $K_h$  es  $f^h K_h$ , un poco de álgebra muestra que en los tres casos  $\mathcal{H}$  pierde  $\zeta_{\mathcal{H}}K_h[p_N(\beta) - \overline{p}_N]$  en valor esperado.

Análogamente, en un año normal  $\mathcal{T}$  vende  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h$  kWh a precio de nudo, los que compra en el mercado spot. Sus ingresos son, por tanto,

$$\zeta_{\mathcal{T}}K_h[p_N(\beta) - \overline{p}_n].$$

En un año seco, distinguimos los mismos tres casos. En el caso (i)  $\mathcal{T}$  compra  $\zeta_{\mathcal{H}}K_h = (1 - \zeta_{\mathcal{T}})K_h$  kWh en el mercado spot, vende  $(1 - \zeta_{\mathcal{T}})K_h + K_t$  a precio de nudo y compensa por  $(1 - \alpha)K_h$  kWh no suministrados. Por lo tanto, sus ingresos son

$$[(1 - \zeta_{\mathcal{T}})K_h + K_t]p_N(\beta) - (1 - \zeta_{\mathcal{T}})K_h \overline{p}_s - (1 - \alpha)K_h \tau(\beta).$$

En el caso (ii) no hay transacciones en el mercado spot. Por lo tanto,  $\mathcal{T}$  vende  $K_t$  kWh a precio de nudo y compensa a los usuarios por  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h - K_t$ . Los ingresos son

$$K_t p_N(\beta) - [\zeta_{\mathcal{T}}K_h - K_t]\tau(\beta).$$

Por último, en el caso (iii)  $\mathcal{T}$  vende  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h$  kWh a precio de nudo satisfaciendo todos sus contratos y vende  $K_t - \zeta_{\mathcal{T}}K_h$  kWh en el mercado spot, con ingresos  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h p_N(\beta) + [K_t - \zeta_{\mathcal{T}}K_h]\overline{p}_s$ . Recordando que el costo de capital de  $K_t$  unidades térmicas es  $K_t f^t$ , un poco de álgebra muestra que en los tres casos  $\mathcal{T}$  pierde  $\zeta_{\mathcal{T}}K_h[p_N(\beta) - \overline{p}_N]$  en valor esperado. □

CUADRO 1: CONDICIONES SUFICIENTES

|          | Con obligación     | Sin obligación     |  |
|----------|--------------------|--------------------|--|
| Vende    | $E_1 \geq \hat{E}$ | $E_1 \geq \hat{E}$ | $\wedge \quad \zeta_2 x_L(p_s) > E_2$  |
| No vende | $E_1 < \hat{E}$    | $E_1 < \hat{E}$    | $\vee \quad \zeta_2 x_L(p_s) \leq E_2$ |

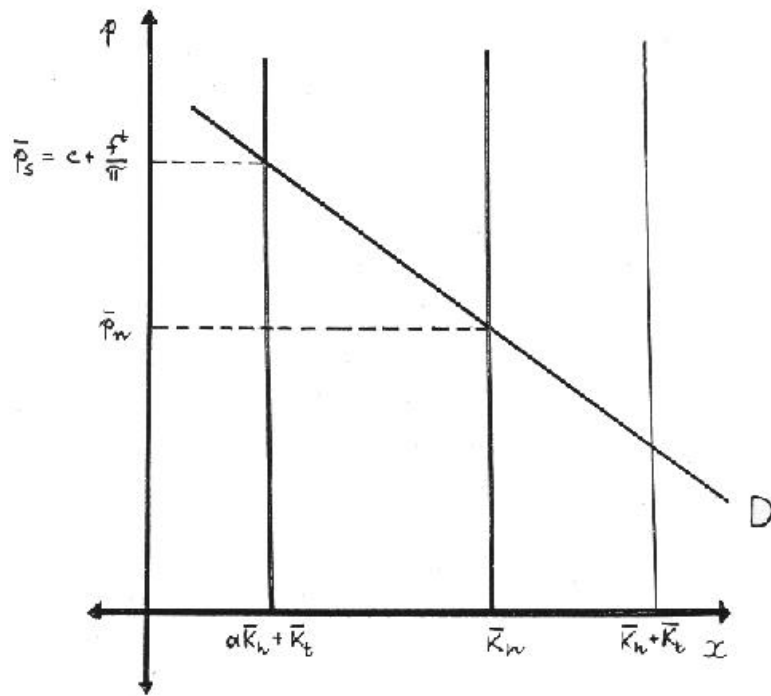


Figura # 1

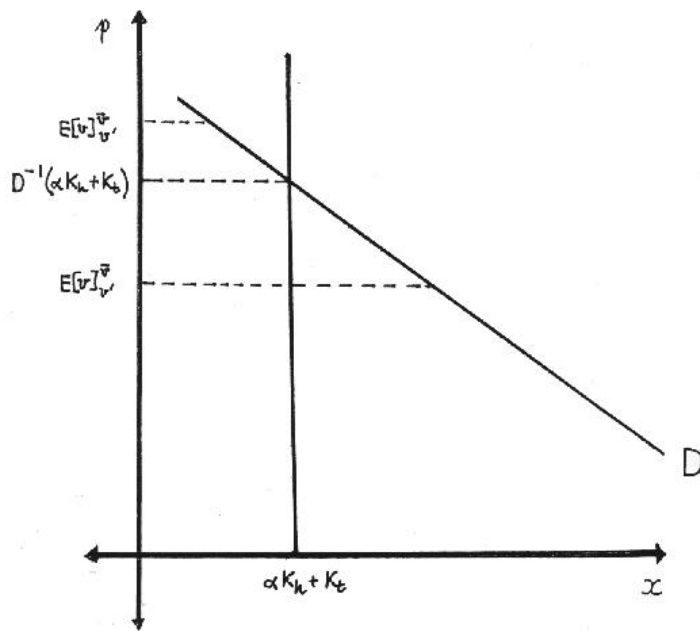


Figura # 2

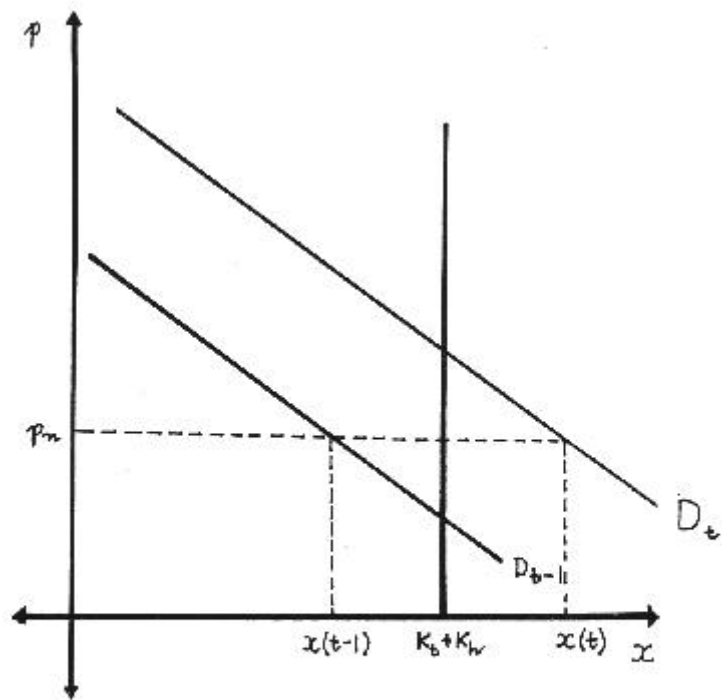


Figura # 3

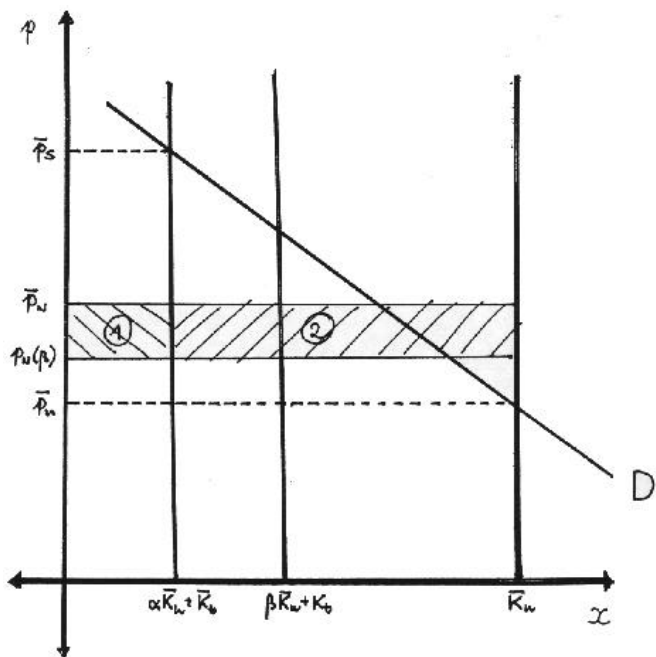


Figura # 4

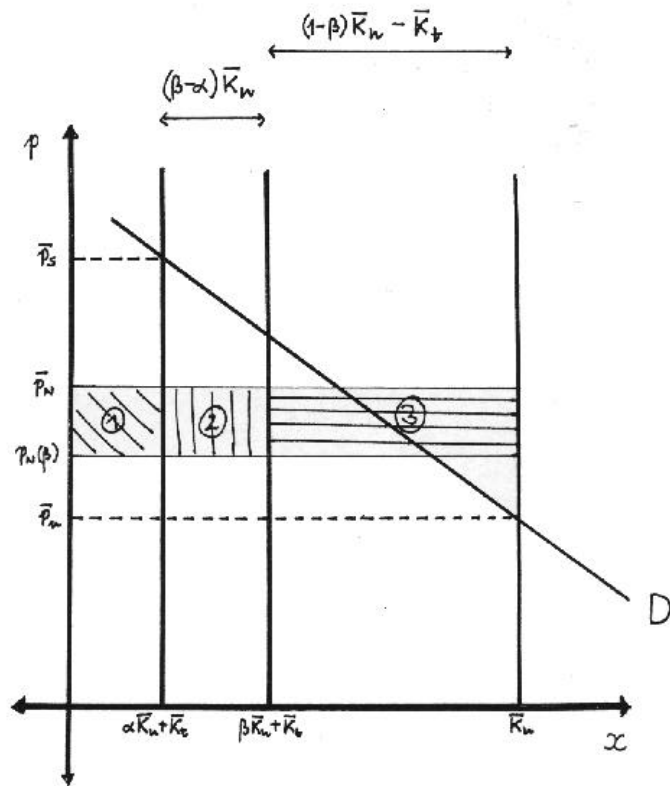


Figura # 5